

I - B48 風速記録を用いた Kolmogorov スペクトルの推定

徳島大学建設工学科風工学研究室 正会員 Peter Schrader

1. まえがき

強風による構造物の不規則振動を検討する場合に、変動風速の最も重要な成分は、主流方向成分 $U(t)$ である。そのパワースペクトル $G(f)$ は、非常に信頼性の高い現象として、周波数 f が十分高ければ、 $-5/3$ 乗法則が非常に精度良く成立し(「Kolmogorov スペクトル」)、次式で記述できる。

$$G(f) = c \cdot f^{-5/3} \quad (1a)$$

ただし、変動風速の確率過程が定常であれば、係数 c も時間的に不変なものである。

構造物の最低固有振動数は、 $-5/3$ 乗法則が成立する周波数領域内あるいはその付近に位置するものがほとんどである。(例外としては、たとえば極めて長い橋梁がある¹⁾)。従って、係数 c は、強風によるガスト応答の予測の際には、構造物の減衰率が低ければ、重要である²⁾。

式(1)は、主として Kolmogorov による局所等方性理論³⁾より導かれる。Taylor による凍結乱流仮定も必要である。Kolmogorov による局所等方性理論は、高 Reynolds 数の乱流に関する理論であり、次式による「慣性小領域」の存在を予測する。

$$G(f) = C_2 \cdot \left(\frac{\varepsilon \cdot \bar{U}}{2\pi} \right)^{2/3} \cdot f^{-5/3}, \quad C_2 = 0.53 \pm 0.2 \quad (1b)$$

C_2 は普遍的定数で、 $\bar{U}$ は平均的風速である。 ε とはエネルギー散逸率、すなわち、単位物質あたり単位時間あたり散逸されたエネルギーである。 $\varepsilon \cdot \bar{U}$ に関しては、Kolmogorov による局所等方性理論、Taylor による凍結乱流仮定が当てはまれば、慣性小領域内の時間遅れ τ に対して次式が有効である⁴⁾。

$$-\frac{4}{5} \varepsilon \cdot \bar{U} \cdot \tau = E[(u(t+\tau) - u(t))^3] \quad (2)$$

ただし、時間遅れ τ は慣性小領域内に位置すれば、 $\tau \ll T_{ux}$ である。 T_{ux} は、乱れの時間積分スケールであり、たとえば、 $T_{ux} \approx 55s$ である。

粘性小領域は、上記の諸数式によって表されていない高周波数(あるいはより小さい時間遅れ)範囲のものであり、慣性小領域に比べて、周波数がより高く、パワースペクトルの曲線がより急に減衰する。

2. Kolmogorov スペクトルのパワーレベルにトレンドが与える影響について

変動風速記録は、定常確率過程に属していないようなものが多く、トレンド除去をすることが多い。それによってパワースペクトルの推定値が受ける影響については、経験的な検討の発表⁵⁾が行われたことがあるが、本論文においては、より一般性の高い理論的な考察を行った。

トレンドは、変動風速記録に比べて変動が遅いものである。高周波数領域では、パワースペクトルに及ぼす影響は小さいと考えられる。式(1b)、(2)を見ると、その理由が分かる。すなわち、慣性小領域内の時間遅れ τ は、乱れの時間積分スケール T_{ux} に比べて非常に小さいので、長さ τ の時間の間にはトレンドがあまり変化しなく、 $\varepsilon \cdot \bar{U}$ という値があまり影響を受けなく、Kolmogorov スペクトルもあまり影響を受けないことが分かる。それは、数値実験の結果と一致する⁵⁾。

3. Kolmogorov スペクトルが始まる周波数について

Kolmogorov による理論には、必要な高い Reynolds 数、局所等方性領域の範囲については、定性的な情報しか含まれてない。他方、Reynolds 数は、大気で風洞よりも普通に数百倍、Taylor microscale Reynolds 数

$$Re_\lambda = \frac{\sigma_u \cdot \lambda}{\nu} \quad (3)$$

を用いれば数十倍大きい。Kolmogorov による慣性小領域は、風洞では見当たらないケースがある^{6) 7) 8)}。

(3)式の λ とは、Taylor microscale である。

図1のパワースペクトルは、風洞実験結果であり、約120から260Hz

の短い周波数区間では、 $-5/3$ 乗法則が

成立することが分かるが、もっと高い周波数に対しては、もっと急に減衰する。「Kolmogorov スペクトル」は、次の基準⁴⁾による周波数 f_1 から始まると言える。

$$f_1 = b \cdot \frac{\bar{U}}{2\pi} \sqrt{\frac{(d\bar{U}/dz)^3}{\varepsilon}} \quad (4)$$

図1示すのは、式(1b)によって ε を算出した。そして f_1 は $b=10$ を用いて(4)式より求めた。 $b=10$ の値が精度良く f_1 を与えた風洞実験結果については、文献^{6) 8)} ($Re_\lambda=616, 770, 1160, 1150$) に様々なケースについて報告されているが、 $b=10$ の値は経験的なものであり、 $b=3$ が良いケース⁴⁾ ($Re_\lambda=1450$) も、ある。

$-5/3$ 乗法則が成立する図1の周波数領域は、局所等方性領域内にあると仮定すると、 $Re_\lambda=80$ と非常に小さい値を示すことより、Kolmogorov による慣性小領域と異なる^{6) 7)} 可能性が大変高い。

参考文献

- 1) ガスト・ワーキンググループ, 1996. 橋梁ガスト応答に関する調査
- 2) Schrader, P., 1993. Statistical uncertainty of sample integral scales. Proceedings of ICOSAR'93, pp.1683-1687
- 3) Monin, A.S., Yaglom, A.M., 1975. Statistical fluid mechanics: Mechanics of turbulence. Vol.2, The MIT-Press (USA)
- 4) Saddoughi, S.G., Veeravalli, S.V., 1994. Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds numbers. J. of Fluid Mechanics, vol.268, pp.333-372
- 5) Schrader, P., 1997. 風速記録を用いたパワースペクトル推定方法に関する2、3の考察. 土木学会四国支部技術研究発表概要集
- 6) Mestayer, P., 1982. Local isotropy and anisotropy in a high-Reynolds-number turbulent boundary layer. J. of Fluid Mechanics, vol.125, pp.475-503
- 7) Qian, J., 1997. Inertial range and the finite Reynolds number effect of turbulence. Physical-Review-E, 55(1) Part A, pp.337-342
- 8) Schrader, P., 1994. Die statistische Stabilität gemessener integraler Längenmaße und anderer Windparameter. SFB 151 Research Reports, No.26, Ruhr-Universität-Bochum (Germany)

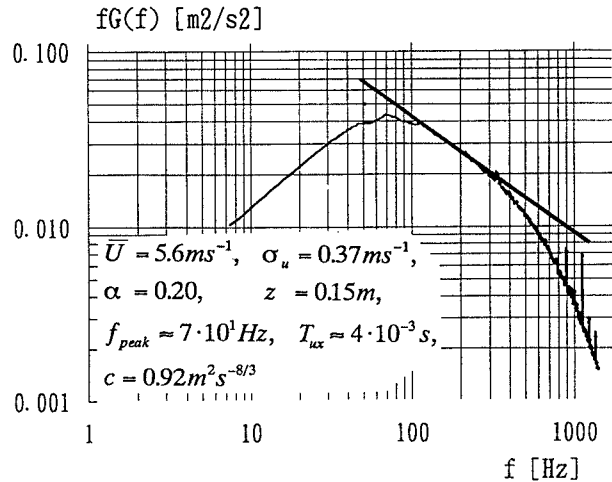


図1. パワースペクトル $f \cdot G(f)$