Ⅰ－A150　時系列信頼性解析による脆性構造システムの破壊プロセスに関する研究

茨城大学工学部　学生会員　金沢　勝治
同上　正会員　呉　智深
福島工業高等専門学校　フェロー　岩松　幸雄

1．本研究の背景および目的

一つのシステムについてその使用期間と必要な信頼度を与えたとき、システム各部をどのように設計し、システム全体について要求される信頼度をどのようにして保証するかが信頼性設計の基本的命題である。今日における設計基準は靱性破壊に関する理論、および信頼性指標の設計などについての範疇にあるものが多いと思われる。しかし近年の兵庫県南部地震により数多くの脆性構造物が露出され、様々な脆性破壊現象が発生した。この現象は今までの設計基準がこれらの破壊現象、および破壊プロセスをあまり重要視していなかったことが原因として挙げられるといっても過言ではない。これらのことを教訓に各種脆性化機構に関して十分に解析し、現在の安全対策の改善、防災対策、適切な補修および補修法などが早急に求められている。

本研究では荷重と部材の抵抗値という不確定要因が正規確率分布に従うものと仮定し、時間依存性である脆性構造物の破壊現象に対して、マルコフ理論による時系列信頼性評価手法の有効性を検証する。そして構造物の脆性破壊が荷重の値によって各部材にどの程度影響を及ぼし、また時間の経過によって部材の破壊、そして構造物全体としての損傷の蓄積および破壊がどのように発生するのかをシミュレーションする。

2．本研究の算定条件およびマルコフ理論の遷移確率の算定の定義

条件として荷重は単位時間に１回だけ発生するものとし、また荷重発生時間は微少時間と仮定する。つまり荷重の重複および連続的な発生は考慮に入れないものとする。そして破壊は荷重値＞抵抗値の場合に発生し、それ以外では何ら損傷しないものとする。

次に遷移確率の算定法は、１つの部材に荷重が発生する場合（図１）を例にすると、破壊が起こらない事象は仮定より（S：荷重≦R：抵抗）になることから、この事象の確率であるP_sを信頼性と定義する。これは破壊の生起する事象の余事象であるから（１）式のようになる。

$$P_s = 1 - P_f = P(R \geq S) \quad \cdots \quad (1)$$

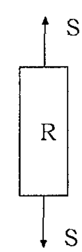

図１

遷移確率はモンテカルロシミュレーションを用いて求めるわけだが、その際（R＜S）の比較を行ううえで、荷重と抵抗値のそれぞれの確率分布に従がう乱数を発生させる必要がある。一例として正規分布に従う乱数の発生法をあげると、２個の独立な標準一様乱数U_1, U_2があるとき、次式が正規分布を示す乱数になる。

$$x_1 = \mu + \sigma\sqrt{-2InU_1}\cos 2\pi U_2 \quad \cdots \quad (2)$$

幸いこの仮定は最も簡単に誘導することができ、しかも自然現象による発生分布は正規分布に従うことがよく言われている。

3．信頼性評価手法

信頼性評価手法としてはマルコフ理論を適用する。ここでマルコフ理論の概要を説明すると、一般的にある状態から他の状態へ遷移が生じる確率は、それ以前のすべての段階におけるシステムの状態に依存すると思われる。しかしその遷移確率が現在の状態でのみ決まる場合と仮定したとき、その変化の過程をモデル化したものがマルコフ理論である。

例えばm個の状態を持つシステムのそれぞれの遷移確率を求めた行列を遷移確率行列と呼ぶ。ここで各要素である$p_{j,i}$は状態がｉからｊへ遷移する確率を示し、各行の和は１．０になる。そしてシステムの現在の状態をそれに掛け合わせたものがｔ時間後の信頼性になる。１回の遷移によるシステムの状態確率を（3）式に示す。

キーワード　マルコフ理論　脆性構造物　破壊力学　モンテカルロシミュレーション

〒３１６　茨城県日立市中成沢町４－１２－１ tel0294-38-5172　fax0294-35-8146

$$P \cdot P(0) = \begin{bmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,m} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,m} \\ & \vdots & & \\ p_{m,1} & p_{m,2} & \cdots & p_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ \vdots \\ p_m(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1(1) \\ p_2(1) \\ \vdots \\ p_m(1) \end{bmatrix} \quad \cdots \quad (3)$$

また一般式であるx回の遷移によるシステムの状態確率は次のようになる。

$$P(x) = P^x P(0) \quad \cdots \quad (4)$$

4．計算例

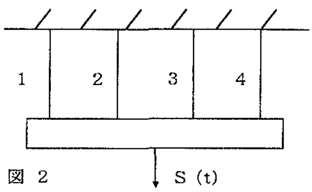

図 2

表 1 （単位 kip）

	R1	R2	R3	R4	S
平均	0.5	0.7	2.0	1.0	1.2
変動係数	0.2	0.3	0.2	0.1	0.4

図3 破壊の枝分かれ図

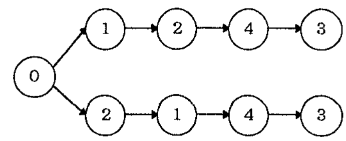

図2に示されている構造システムについての信頼性を検証してみる。部材および荷重の状態は表1に示す。この場合図1の計算との相違点は 1．部材が破壊した場合荷重を再配分する、2．部材の破壊する順番を考慮に入れることである。

この必要性はあらゆる順番で破壊すると仮定して計算していくと結果として信頼性が非現実的なものとなってしまうからである。その破壊の順番である破壊の枝分かれを図3に示す。これによって得られたマルコフ理論の遷移マトリックス（5）式と構造物の時系列信頼性図4を示す。

$$[A] = \begin{bmatrix} 0.86619 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.08134 & 0.65599 & 0 & 0 & 0 \\ 0.03008 & 0.28528 & 0.93803 & 0 & 0 \\ 0.00751 & 0.02546 & 0.02728 & 0.89979 & 0 \\ 0.01488 & 0.03327 & 0.03429 & 0.10021 & 1 \end{bmatrix} \cdots (5)$$

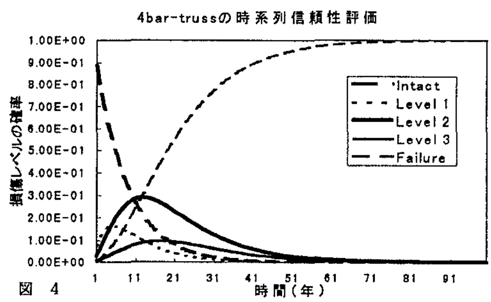

図 4

5．理論の拡張

提示した時系列信頼性評価手法は部材の破壊をマクロ的に行っているため、さらに脆性破壊を深く理解するために破壊力学の適用法を提示する。まず部材の状態を亀裂の進展式で表現すると（6）式のようになる。

$$\frac{da}{dT} = C \times f(K) \cdots (6)$$

ここで各記号はa：亀裂の大きさ、T：サイクル数、C：定数、K：圧力の大きさの要因となる変数とする。これを時間で積分することにより亀裂の進展式を時間の関数で表現することができる。そしてその亀裂の進展式を危険率の式に代入しその進展の程度を分類することによってマルコフ理論に応用することが出来る。危険率の式を（7）に示す。

$$h(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} \cdots (7)$$

6．結論および課題

結論として、1．脆性部材により構成される構造物の部材単位での破壊する順番（破壊の枝分かれ図）とその部材の破壊確率をマルコフ理論を適用することにより脆性構造物の各損傷レベルの時系列信頼性評価をすることができた。2、破壊力学を適用することにより、よりミクロ的な脆性破壊プロセスの信頼性理論モデルを提示した。

問題点としては部材にかかる荷重値が抵抗値よりも大きい場合に破壊し、それ以外の場合には抵抗力がそのまま維持し、また荷重の発生時間を微小時間としているため信頼性が数学の手法を用いた理論値よりも1％程度過大評価する結果となった。

これからの課題としては、対象とする部材の脆性破壊プロセスを詳細に克服するため、破壊力学等を適用した理論のさらなる検証の必要性がある。