

I - A124 拡張カルマンフィルタを用いた不完全合成げたの合成度の同定について

北海道大学工学部	フェロー	佐藤浩一
横浜市	正員	田川和弘
北海道大学工学部	フェロー	林川俊郎
北海道大学工学部	正員	小幡卓司
北海道大学工学部	正員	平沢秀之

1. まえがき

合成げた橋は、鉄筋コンクリート床版と鋼げたとをジベルで結合し、両者が一体となって働くようにした橋梁で、材料の特性をより合理的に活用したものである。不完全合成げたは、非合成げたと合成げたの中間の挙動を示し(合成度は0~100%)、それぞれの材料のずれをジベルの変形によるものとして解析している。

本論文では、不完全合成げたの合成度の評価式を示し、合成度を同定する逆解析手法として確率的手法である拡張カルマンフィルタを用いて、模擬測定データ(数値解析によって求めた観測データ)より曲げ剛性とジベルのばね定数を同定し合成度を求め、コンクリートと鋼げたに生じる応力度を求める算定式に適用する方法を提案するものである。

2. 不完全合成げたのたわみに関する微分方程式

図-1は本論文で用いる合成げたであり、図-2はその断面を示している。 W_v , W_e , W_o をそれぞれ不完全合成げた、完全合成げた、ずれによるたわみとすると、図-3のように示すことができる。不完全合成げたの曲げ解析におけるたわみに関する微分方程式から次の2式が得られる。

$$\begin{cases} \frac{d^4 W_v}{dX^4} = \frac{p}{EI_v} \\ \frac{d^4 W_e}{dX^4} - k^2 \frac{d^2 W_e}{dX^2} = \frac{p}{EI_e} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{ここで、} I_v = I_s + \frac{I_e}{n}, \frac{A_e S_e S}{n}, I_e = I_v \frac{n I_s + I_e}{A_e S_e S}, k^2 = \frac{n I_v}{n I_s + I_e} \frac{Kn}{EA_e S_e} \quad (2)$$

K はジベルのばね定数である。

断面諸元を与え、境界条件を考慮し、式(1),(2)を応力法、あるいは剛性マトリックス法で解くことができる。

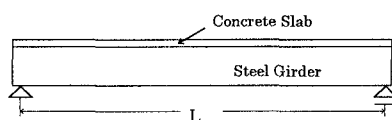


図-1 合成げた

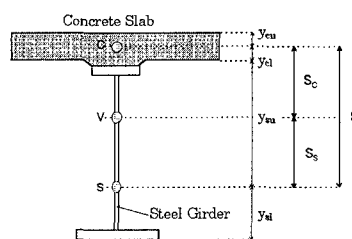


図-2 合成げた断面

3. 不完全合成げたの合成度の評価式

式(1)、式(2)をフーリエ級数で解き、 W_v , W_e の比から次式が得られる。

$$\alpha = 1 / \left(1 + \frac{\pi^2}{\kappa^2 L^2} \right) = 1 - \beta \quad (3)$$

この α が不完全合成げたの合成度の評価式である。

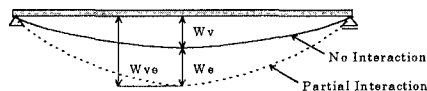


図-3 不完全合成げたのたわみ

4. 不完全合成げたの合成度の同定に用いる拡張カルマンフィルタ

本論文では、曲げ剛性やジベルのばね定数を同定するにあたり、ベイズの推定にもとづく統計的推定法であるカルマンフィルタを用いる。カルマンフィルタ基本式は状態表示の線形確率システムとして示されるが、観測式が非線形の場合は拡張カルマンフィルタを用いる。ここで、状態式および非線形関数を推定値のまわりにテラー展開して線形化した拡張カルマンフィルタの観測式を示す。

$$\{x_{t+1}\} = [F_t] \{x_t\} \quad (4)$$

$$\{\eta_t\} = [H_t] \{x_t\} + \{v_t\} \quad (5)$$

Keywords : 不完全合成げた、ジベルのばね定数、拡張カルマンフィルタ、不完全合成げたの応力度
〒060 札幌市北区北13条西8丁目 北海道大学工学部土木工学科橋梁学講座 TEL(011)706-6172

ここで、 $\{n_t\} = \{y_t\} - \{h(\{\hat{x}_{t/t-1}\})\} + [H_t]\{\hat{x}_{t/t-1}\}$ 、 $[H_t] = \left\{ \partial \{h_t\} / \partial \{x_t\} \right\}_x$ 、 $\{x_t\}$ は状態ベクトル、 $\{y_t\}$ は観測ベクトル、 $\{v_t\}$ はガウス白色観測ノイズ、 $[F_t]$ はシステム行列、 $[H_t]$ は観測行列、 $\{h(\{\hat{x}_{t/t-1}\})\}$ は非線形関数を推定値 $\{\hat{x}_{t/t-1}\}$ でテーラー展開して得られた式の初項である。

本論文では、推定パラメータとして状態ベクトルは $[x_1, x_2]^T = [T, E I_e]^T$ であり、観測ベクトルは模擬測定データ（数値計算によって求めた観測データ）を用いて $\{y_t\} = \{W_e\}$ とする。ここで、 $T = K(n l_v / A_c S_c)^2$ とする。

5. 不完全合成げたの曲げ剛性とジベルのばね定数の同定

本解析のように合成げたから曲げ剛性やジベルのばね定数を同定する場合、拡張カルマンフィルタの入力データとなる観測値は実橋から得られたたわみのデータを用いて逆解析を行うべきであるが、非合成げたのスラブアンカーφ13を1mピッチ程度で設置した場合でも合成度がかかなり高いので、実橋による観測データを得るのが今のところ困難である。そのため本論文では、模擬測定データ（数値計算によって求めた観測データ）を用いることとする。図-1のような両端単純支持で、図-2のような断面を有する合成げたを8等分し、スパンの中央に集中荷重 $P=10\text{tf}$ を載荷して求められた合成げたのたわみを拡張カルマンフィルタの入力データ（模擬測定変位）とした。ここで、ジベルのばね定数 $K=5000\text{tf/m}^2$ （実橋では未知パラメータである）の順解析をおこない、たわみの模擬測定データを得た。このジベルのばね定数を拡張カルマンフィルタを用いて同定していくのが本論文の目的である。

計算例として $K=5000\text{tf/m}^2$ で、表-1のような推定パラメータの初期値で計算を行った。 T の同定値と収束回数の関係を図-4(a)、 $E I_e$ の同定値と収束回数の関係を図-4(b)に示す。図-4(a)、図-4(b)から、 $T, E I_e$ は初期値によらずある一定の値に収束することが分かる。その値は $T=1.3381 \times 10^4\text{tf}$ 、 $E I_e=3.6412 \times 10^5\text{tfm}^2$ であり、式(3)よりジベルのばね定数の値は $K=5001.34\text{tf/m}^2$ となり、断面諸元のジベルのばね定数 $K=5000\text{tf/m}^2$ とほぼ一致することが分かる。また、そのときの合成げたの合成度は式(4)より $\alpha=77\%$ となる。

表-1 推定パラメータ初期値

T (tf)	$E I_e$ (tfm ²)
3. E+04	3. 0E+05
2. E+04	3. 0E+05
1. E+04	3. 0E+05
0. E+00	3. 0E+05

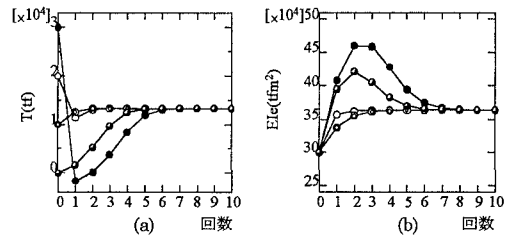


図-4 推定パラメータと収束回数

6. 応力度の算定

不完全合成げたのコンクリート床版の上縁応力度 σ_{cu} 、下縁応力度 σ_{cl} 、および鋼げたの上縁応力度 σ_{su} 、下縁応力度 σ_{sl} の式(7)は、式(8)を用いて求めることができる。

$$\sigma_{cu} = -\frac{N_{c0}}{A_c} - \frac{M_{c0}}{I_c} y_{cu}, \quad \sigma_{cl} = -\frac{N_{c0}}{A_c} + \frac{M_{c0}}{I_c} y_{cl}, \quad \sigma_{su} = +\frac{N_{s0}}{A_s} - \frac{M_{s0}}{I_s} y_{su}, \quad \sigma_{sl} = +\frac{N_{s0}}{A_s} + \frac{M_{s0}}{I_s} y_{sl} \quad (7)$$

$$M_{c0} = \frac{I_c}{n l_v} M_{vv}(1+\gamma), \quad M_{s0} = \frac{I_s}{I_v} M_{vv}(1+\gamma), \quad N_{s0} = N_{c0} = N_{ve} = \frac{A_c S_c}{n l_v} M_{vv} \alpha \quad (8)$$

ここで、 $\gamma = \frac{W_e}{W_v} = \frac{I_v}{I_e}(1-\alpha)$ 、 $M_{vv} = -E I_v \frac{d^2 W_v}{dx^2}$ である。

7. あとがき

本研究では拡張カルマンフィルタを用いて不完全合成げたの合成度をジベルのばね定数を同定することによって推定した。その結果、推定パラメータ（ $T, E I_e$ ）は、入力する初期値によらずある一定の値に収束し、その値から得られるジベルのばね定数は予想する値とほぼ一致した。このように、拡張カルマンフィルタは不完全合成げたの合成度を同定する有効な方法の一つと考えられる。

以上のように本論文では、不完全合成げたの合成度の評価式を示し、拡張カルマンフィルタを用いて曲げ剛性とジベルのばね定数を同定し合成度を求め、コンクリートと鋼げたに生じる応力度を求める算定式に適用する方法を提案した。

<参考文献> 1) 島田静雄、熊沢周明：合成桁の理論と設計、山海堂 2) 佐藤浩一、渡辺 昇、井上稔康：不完全合成桁と合成板の解析理論の相似性について、土木学会北海道支部論文報告集、第45号 3) 村瀬治比古、小山修平、石田良平：パソコンによる計算力学 順・逆解析入門、森北出版、1990。