

I - A108

情報エントロピーを用いた観測点配置の評価指標

東電設計 正会員 豊田耕一・吉田郁政

はじめに

確率論に基づく逆解析では、未知量の推定精度は事後の共分散行列の形で表すことができる。この共分散行列に基づき、未知量の信頼性に着目した観測点配置の評価が可能となる。さらに、この未知量の事後の共分散行列により応答推定を行えば、条件付き応答推定の共分散行列が得られ、応答の信頼性に着目した観測点配置の評価が可能となる。

共分散行列から評価指標を設定する方法はいくつか考えられる。本研究では、共分散行列の対角成分のみ考慮した方法と、対角成分だけでなく非対角成分も考慮する情報エントロピーを用いた方法における観測点配置の評価を行い、その結果の比較を行った。

観測点配置の評価指標の定義

確率論に基づく逆解析において、未知量 x の事後の共分散行列 P は次式で表すことができる¹⁾。

$$P = (M^{-1} + H_x^T R^{-1} H_x)^{-1} \quad (1)$$

ここで、 M : 未知量 x の事前の共分散行列

H_x : 観測量と未知量を関係付けるモデルのヤコビアン行列

R : 観測量誤差の共分散行列

条件付き応答推定の共分散行列 S は次式で表すことができる。

$$S = L_x P L_x^T \quad (2)$$

ここで、 L_x : 応答値と未知量を関係付けるモデルのヤコビアン行列

以上の二つの共分散行列 P あるいは S から評価指標を設定する方法について、本研究では、対角成分のみ考慮した方法と、対角成分だけでなく非対角成分も考慮する方法の二つを考える。対角成分のみに着目した方法では、モデルあるいは条件付き応答推定の信頼性に着目した場合の観測点配置の評価指標 I_T をそれぞれ式(3)(4)で定義する¹⁾。

$$I_T = \exp \left\{ \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{[P_{ii}]}{[M_{ii}]} \right\} \quad (3)$$

$$I_T = \exp \left\{ \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^m \ln \frac{[S_{ii}]}{[A_{ii}]} \right\} \quad (4)$$

ここで、 $A = L_x M L_x^T$

対角成分だけでなく非対角成分も考慮する方法では、 $I = -\int p(x) \log p(x) dx$ で表される情報エントロピーに着目し、ガウス性の仮定のもとで、観測点配置の評価指標 I_E を同様に式(5)(6)で定義する²⁾。

$$I_E = \frac{1}{2} \log \{ (2\pi e)^n \det P \} \quad (5)$$

$$I_E = \frac{1}{2} \log \{ (2\pi e)^m \det S \} \quad (6)$$

ここで、 n, m は未知量と応答の共分散行列の大きさを示す。

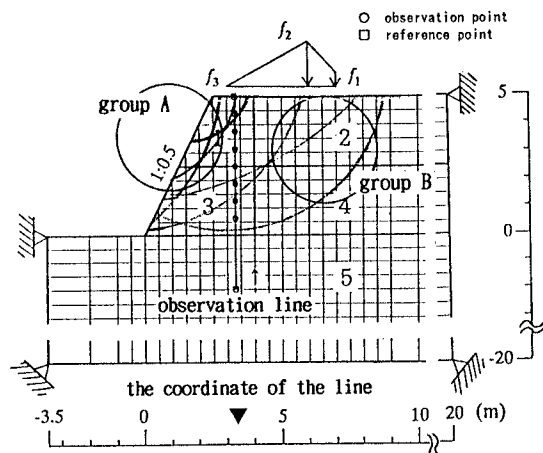


図-1 観測点配置の評価に用いた解析モデル

キーワード：観測点配置, 情報エントロピー, 共分散行列, 逆解析

〒110 東京都台東区東上野 3-3-3 東電設計株式会社 技術開発本部 (03)5818-7796 FAX (03)5818-7608

数値計算例

観測点配置の評価に用いた解析モデルを図-1に示す。斜面の上部に分布荷重が作用しており、それに伴う変形量が各観測点と基準点の相対水平変位の形で観測される。それら観測量誤差間には相関はなく、その標準偏差を 0.1mm と仮定した。未知パラメタは、4つの領域のヤング率 E_1, E_2, E_3, E_4 と分布荷重を規定するパラメタ f_1, f_2, f_3 とした。領域5のヤング率、全領域のポアソン比、単位体積重量および強度特性は既知とした。それらの値は、まとめて表-1に示す。条件付き応答推定は、図-1に示したすべり線の安全率を対象とした。このモデルにおいて、未知量あるいは応答の信頼性に着目した前述の評価指標により、測線の最適な設置位置を考える。その検討ケースと着目した信頼性の一覧を表-2に示す。測線を設置する区間は図-1に示した $2.5 \sim 9.5\text{m}$ とした。各検討ケースの結果を図-2に示す。図-2では、横軸に測線の位置を、縦軸はある位置で得られた評価指標の値 I を $\frac{I - I_{\min.}}{I_{\max.} - I_{\min.}}$ の形で規準化した値 I^* を示した。ここで、 $I_{\min.}$ および $I_{\max.}$ は、 $2.5 \sim 9.5\text{m}$ の区間における最小値および最大値である。

ケース1では、 I_T と I_E とともに $2.5 \sim 4.0\text{m}$ で小さい値をとり、その付近に測線を設置するのが好ましい。また、 7.0m で極小となり、評価指標の全体的形状の傾向は変わらない。ケース2では、 I_T と I_E とともに大きく見れば右上がりの傾向にあり、着目するすべり線が存在する法面の近くが測線の位置として好ましいことを示している。ただし、極小点や極大点の位置が対応しておらず、興味深い。ケース3では、比較的大きな範囲のすべり線を対象としたことを反映して、ケース2よりも法面から離れた位置が最小点となった。ただし、その最小点の位置は I_T で 8.5m 、 I_E で 6.0m と異なり、それらの全体的形状の特徴も異なる。全すべり線を対象としたケース4では、評価指標の全体的形状が I_T はケース3と、 I_E はケース1とその特徴が似ている。最小値の位置は、 I_T で 6.0m 、 I_E で 4.0m である。

以上の結果から、共分散行列の評価方法の違いにより、観測点配置の評価結果に差異が生じることが分かる。現時点では詳細な考察は行えていないが、今後考察を加えて行く予定である。

参考文献

- 1) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価手法, 土木学会論文集, 第543号/I-36, pp.271-280, 1996
- 2) 吉田郁政: 未知パラメタ空間の基底変換を用いた逆解析, 土木学会論文集, 投稿中

表-1 数値計算に用いた各パラメタの値

未知パラメタ		平均値	標準偏差
ヤング率 (t/m^2)	E_1	5.0×10^4	5.0×10^4
	E_2	1.0×10^5	1.0×10^5
	E_3	5.0×10^4	5.0×10^4
	E_4	1.0×10^5	1.0×10^5
荷重 (t/m^2)	f_1	10.0	10.0
	f_2	30.0	10.0
	f_3	0.0	10.0
既知パラメタ		平均値	標準偏差
ヤング率 (t/m^2)	E_5	2.0×10^5	—
ポアソン比	ν	0.25	—
単位体積重量 (t/m^3)	ρ	2.0	—
粘着力 (t/m^2)	c	1.0	—
摩擦角 ($^\circ$)	ϕ	30.0	—

表-2 検討ケースの一覧

検討ケース	着目した信頼性
ケース1	未知量
ケース2	すべり線グループAの安全率
ケース3	すべり線グループBの安全率
ケース4	すべり線グループAおよびBの安全率

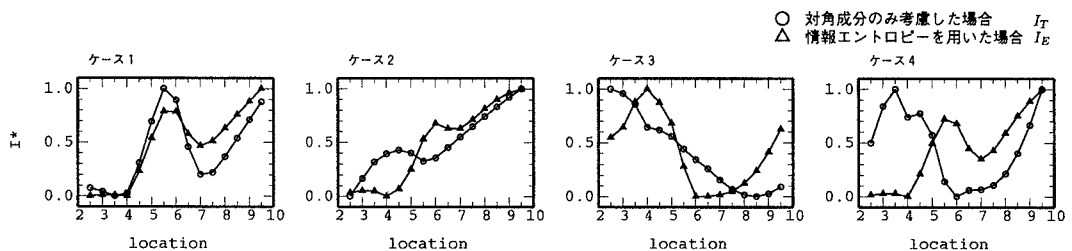


図-2 各測線位置の観測点配置の評価指標