

I - A107

時変構造系のロバスト適応型同定法

阪神高速道路公団 正会員 ○竹井賢二
 京都大学防災研究所 正会員 佐藤忠信

1. 概説

地震荷重下にある構造系の破損等による劣化は、減衰特性の変化や剛性の低下として顕れる。このような動特性の変動を逐次診断し適切な応答予測を行うことは制御・補修等の対策を施す上での一助となる。本研究では、構造系の逐次診断すなわち時変動特性の同定を合理的に進める手法について考案する。

2. 適応型カルマンフィルタ

従来より非定常動特性の同定には、過去の情報の重みを縮小する手法がよく用いられている¹⁾。適応型カルマンフィルタは、拡張カルマンフィルタの観測更新がベイズ推定に基づく点に着目し、事前情報の重みを観測情報に比べて相対的に小さくすることで実現できる。具体的な評価関数は次式で与えられる。

$$J_t = \frac{1}{2}(y_t - H_t x_t)^T R_t^{-1}(y_t - H_t x_t) + \frac{1}{2} \lambda_t (x_t - \bar{x}_t)^T M_t^{-1}(x_t - \bar{x}_t) \quad (1)$$

ただし y_t および x_t はそれぞれ観測値と状態量であり、 R_t は観測誤差共分散、 H_t は既知の観測行列である。また $\bar{x}_t$ は状態量の事前推定値、 M_t はその推定誤差共分散であり、以下の時間更新の式により算出される。

$$\bar{x}_t = \hat{x}_{t-1} + \int_{t-1}^t g(\hat{x}_{t-1}) dt, M_t = \Phi_{t-1} P_{t-1} \Phi_{t-1}^T \quad (2)$$

ただし、 g は運動方程式等により導出される系の支配方程式を表す関数、 Φ_{t-1} は状態遷移行列である。評価関数中の λ_t は事前情報の重みである。一例として、図1に λ_t を一定値とした場合の5.0秒時点での過去の観測値の重み縮小の度合いを示す。 λ_t を1.0より小さくすることで過去の観測値の重みが指数関数的に減少している。

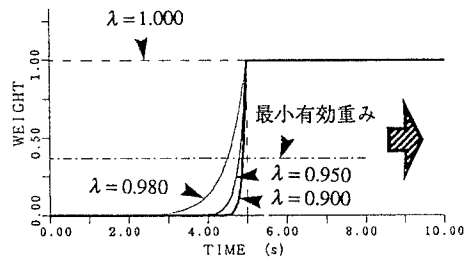


図1 過去の観測値の重み

こうした適応型同定法で常に問題となるのが同定値の適応性と観測雑音の除去性のトレードオフ関係である。そこで事前情報の重みを判定するひとつの基準として赤池ベイズ情報量基準 (ABIC)²⁾ を採用する。

$$ABIC(\lambda_t) = -2p(y_t; \lambda_t) + 2n_k \quad (3)$$

ただし、 $p(y_t; \lambda_t)$ は観測値の確率密度関数、 n_k は同定の対象とならない超パラメータの数 (ここでは2個) である。ここに、ABICを最小とする λ_t が最適値として選択される。

3. ロバスト適応型同定法への拡張

2. では過去の観測値の影響を取り除くアルゴリズムについて展開を行ったが、逆に観測値に含まれる異常値の影響を取り除くには、異常とされる観測値の重みを小さく見積ればよい。こうした手法はロバスト推定法とよばれる。具体的にロバスト推定をカルマンフィルタに導入するには、観測更新において観測値に対して、図2に示す様な残差に応じた重み付けを行った以下の評価関数を考えるとよい。

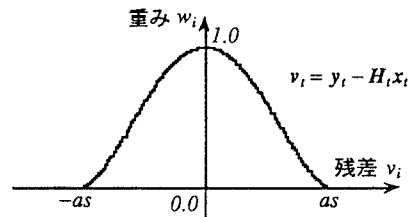


図2 観測値の信頼性を決定する重み関数

$$J_t = \frac{1}{2}(y_t - H_t x_t)^T W_t R_t^{-1}(y_t - H_t x_t) + \frac{1}{2} \lambda_t (x_t - \bar{x}_t)^T M_t^{-1}(x_t - \bar{x}_t) \quad (4)$$

具体的には、観測更新アルゴリズムは以下になる。

$$\hat{x}_t = \bar{x}_t + P_t H_t^T W_t R_t^{-1}(y_t - H_t \bar{x}_t), P_t = (M_t + H_t^T W_t R_t^{-1} H_t)^{-1} \quad (5)$$

Key Word: 適応型カルマンフィルタ、ABIC、ロバスト推定

〒611 京都府宇治市五ヶ庄 TEL&FAX 0774-38-4070

4. 数値解析例1（適応型同定法の有効性）

図3に示す簡単な2自由度線形構造系についての解析例を示す。図4は固有円振動数の同定の時刻歴である。剛性の低下に伴い、固有円振動数は破線の様な低下を見せると仮定する。適応型同定法を用いることで、剛性の低下に追従した同定が行われている。また、図5は同定値を用いて再度応答計算を行った加速度応答の再現波である。適応型同定法を用いることにより、精度良く再現できることがわかる。

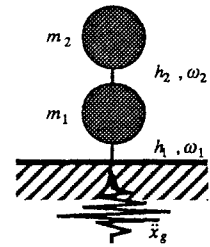


図3 2自由度構造モデル

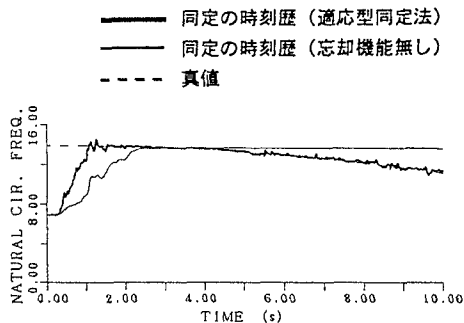


図4 固有円振動数の同定の時刻歴（適応型同定法、2階）

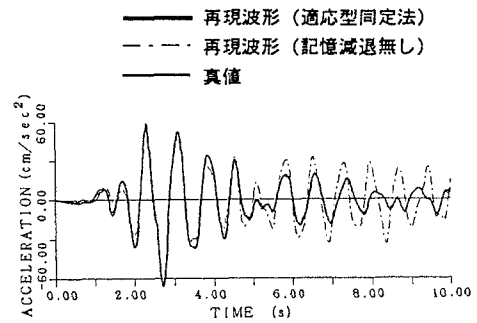


図5 加速度応答値の再現性（2階）

5 数値解析例2（ロバスト適応型同定法の有効性）

4.同様に剛性が低下する2自由度線形構造系について、図6に示すように観測値に異常な雑音が混入している場合について、解析を行った。図7は固有円振動数の同定の時刻歴を示している。通常の適応型カルマンフィルタを用いた場合には同定値は2.0秒程度で発散するが、ロバスト推定を用いた場合には、異常値の影響を受けずに、精度良く同定が進められている。

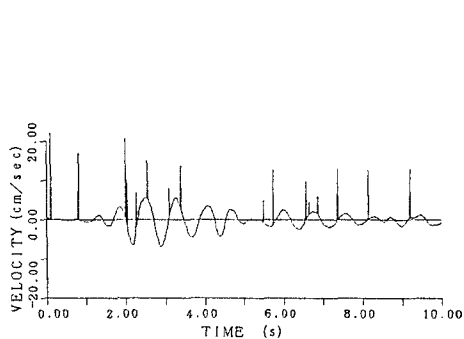


図6 異常値を含む観測波形（2階の応答速度）

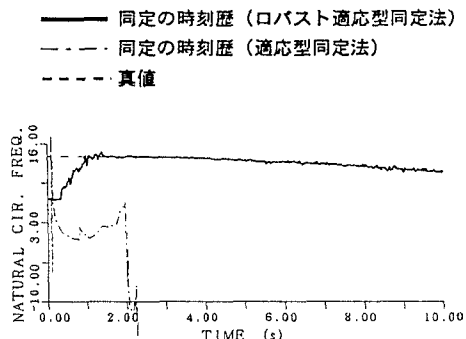


図7 固有円振動数の同定の時刻歴（ロバスト同定法、2階）

6. まとめ

カルマンフィルタに忘却機能を付加することにより、構造物の動特性の変動に追従して同定を進めることができた。さらに、ロバスト推定を導入することにより、観測値に含まれる異常値の影響を自動的に削除することができた。

参考文献 1) L.Ljung: *System Identification Theory for the User*, PRT Prentice Hall, 1987. 2) 本城勇介: 逆解析における事前情報とモデルの選択, 講座「地盤工学における逆解析」, 土と基礎, Vol.43, No.7, pp.63-68およびNo.8, pp.51-56, 1995. 3) 中川徹・小柳義夫: 最小二乗法による実験データ解析, 東京大学出版会, 1982.