土木学会第52回年次学術講演会（平成９年９月）

I－A101

空間分布評価手法の基礎的研究

東電設計㈱　正会員　○吉田 郁政
同　上　　　　　　　小室 和之

１．はじめに　空間分布の推定手法について確率論から考えた場合の基本的な定式化と計算例を示す。本手法では空間分布を確率場のサンプル分布と考え，1)最尤法による場の特性パラメタの推定，2)条件付確率の最大化の条件より空間分布の推定[1]，を行う。本手法による推定値は場がガウス分布に従う場合はクリッキングやユニバーサルクリッキングによる推定値と一致する。

２．最尤法による場の特性パラメタの推定　観測量ベクトルをz,各観測点におけるトレンド成分，ランダム成分を$\bar{x}_1$,wとし，観測量誤差のベクトルをvとすると式(1)のように表せられる。w,vが互いに独立な正規分布とし，その共分散行列がM_{11},Rで与えられるとする。そのときの対数尤度関数は式(2)で定義される。

$$z=\bar{x}_1+w+v \tag{1}$$

$$\ell nL=-\frac{1}{2}(z-\bar{x})^T(M_{11}+R)^{-1}(z-\bar{x})-\frac{1}{2}\ell n|M_{11}+R|-\frac{m}{2}\ell n(2\pi) \tag{2}$$

ここで，ℓn：底をeとする対数，m：観測量の数

最尤推定量はℓnLを最大にするので，目的関数Jを$-\ell nL$とおくことができ，場の特性の推定問題は目的関数Jの最小化問題として定式化されたことになる。$\bar{x}$やM_{11},Rは場のトレンド成分，自己相関距離，観測量誤差の標準偏差などの関数となっていることから，Jもそれらパラメータの関数となっていることが分かる。場の特性値に関してJの最小化を行うことにより場の特性パラメタの最尤推定量を求めることができる。計算例ではDFP法によりJの最小化を行った。

３．条件付確率の最大化の条件による推定　観測点における推定値のベクトルをx_1,観測点以外における推定値のベクトルをx_2とし，その平均値ベクトルが$\bar{x}_1$,$\bar{x}_2$で，事前の共分散行列が式(3)で与えられるとする。

$$M=\begin{bmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{12}^T & M_{22}\end{bmatrix}=E\begin{bmatrix}(x_1-\bar{x}_1)(x_1-\bar{x}_1)^T & (x_1-\bar{x}_1)(x_2-\bar{x}_2)^T\\ (x_2-\bar{x}_2)(x_1-\bar{x}_1)^T & (x_2-\bar{x}_2)(x_2-\bar{x}_2)^T\end{bmatrix} \tag{3}$$

この場合の推定値とその共分散行列は式(4),(5)で与えられる。

$$\begin{Bmatrix}x_1\\ x_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\bar{x}_1\\ \bar{x}_2\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}M_{11}\\ M_{12}^T\end{bmatrix}[M_{11}+R]^{-1}\{z-\bar{x}_1\} \tag{4}$$

$$P=\begin{bmatrix}P_{11} & P_{12}\\ P_{12}^T & P_{22}\end{bmatrix}=E\begin{bmatrix}M_{11}-M_{11}(M_{11}+R)^{-1}M_{11} & M_{12}-M_{11}(M_{11}+R)^{-1}M_{12}\\ M_{12}^T-M_{12}^T(M_{11}+R)^{-1}M_{11} & M_{22}-M_{12}^T(M_{11}+R)^{-1}M_{12}\end{bmatrix} \tag{5}$$

なお，事前の共分散行列Mは，自己相関関数を基に設定される。以下の計算では式(6)で示されるGauss型の自己相関関数を用いた。

$$R(d_1,d_2,d_3)=\sigma^2\exp\left[-\left\{\left(\frac{d_1}{a_1}\right)^2+\left(\frac{d_2}{a_2}\right)^2+\left(\frac{d_3}{a_3}\right)^2\right\}\right] \tag{6}$$

ここで，σ^2：場の分散，$\{d_1,d_2,d_3\}^T$：２点間の距離ベクトル，a_1,a_2,a_3：各座標方向への自己相関距離

キーワード：空間分布，確率場，最尤法，クリッキング
連　絡　先：東電設計㈱　〒110　台東区東上野3-3-3　TEL 03-5818-7663　FAX 03-5818-7655

4．数値計算例　自己相関距離等，所定の特性を有する2次元のサンプル場を作成し[2]，これをターゲットとしていくつかの点での観測量から場の特性や分布の推定を行った。観測量には標準偏差200のガウス性ノイズを加えた。図－1にサンプル場を，図－2に観測点を示す。最尤法によって求めた特性パラメタと真のパラメタを図－3に示す。推定したパラメタを用いて式(4)より求めた推定分布を図－4,5に示す。観測誤差を想定していない場合はノイズの影響を受け真のパラメタ，分布とは異なるものが推定されたが，観測誤差を想定している場合は標準偏差以外はほぼ正しくパラメタが推定され，ほぼ良好に分布の特徴が再現されていることが分かる。

［参考文献］　1)Hoshiya, M. and Yoshida, I. , Identification of Conditional Stochastic Gaussian Field , Jour. of EM , ASCE , Vol. 122 , No. 2 , pp101-108 , 1996.　2)Yamazaki, F. and Shinozuka, M. , Digital Generation of Non-Gaussian Stochastic Fields , Jour. of EM , ASCE , vol. 114 , No. 7, 1988.

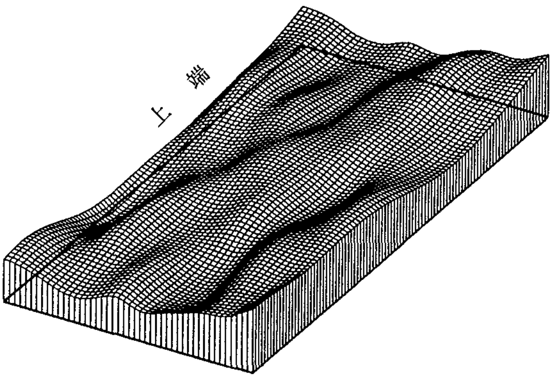

図-1　ターゲットとしたサンプル場（真の分布）

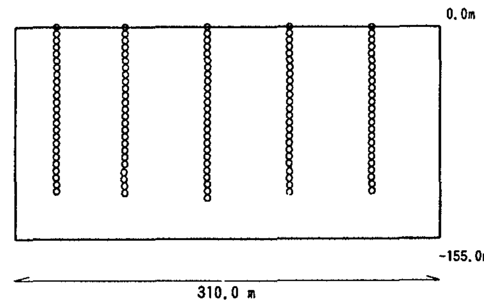

図-2　観測点の配置

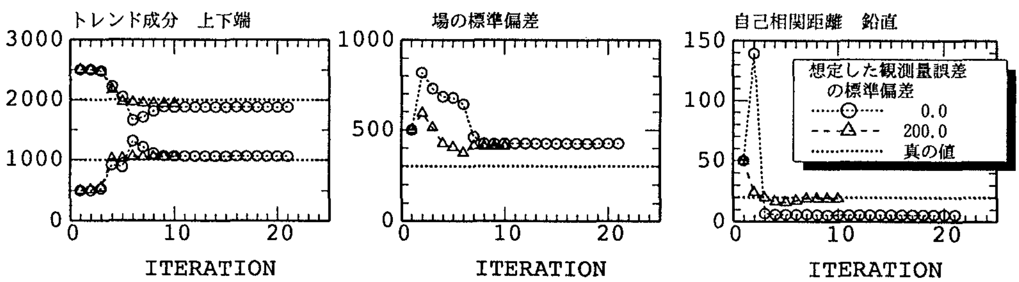

図-3 最尤法による推定のための収束過程

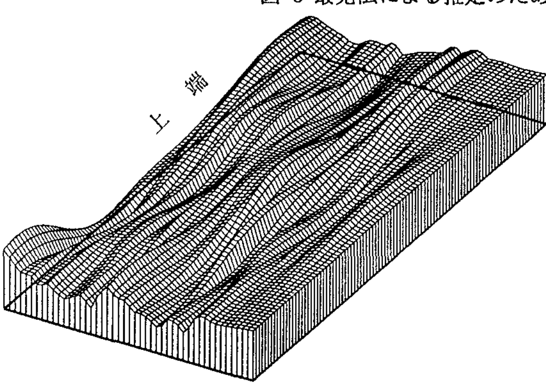

図-4　観測量誤差を想定しない推定
実際の観測誤差の標準偏差 200.0

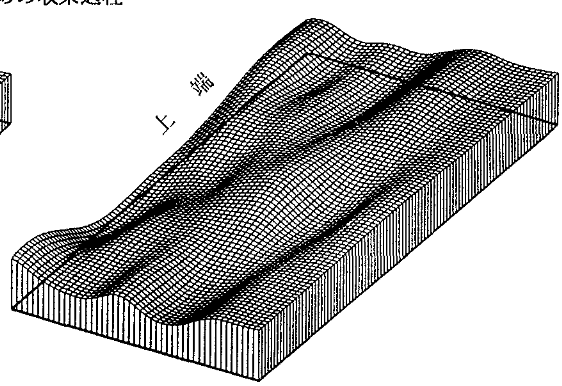

図-5　観測量誤差を想定した推定
実際の観測誤差の標準偏差 200.0