

I - A98 Bootstrap法を用いた盛土載荷時の軟弱地盤変形逆解析結果の信頼性評価

岐阜大学 工学部 学生員 工藤 暢章
 岐阜大学 工学部 正員 本城 勇介
 建設省 中部地方建設局 交田 晃基

1. はじめに

地盤工学をはじめ多くの分野で、逆解析の研究が盛んに行われている。逆解析でモデルのパラメータ値を推定することは大切であるが、それと同時にその推定された値がどの程度の信頼性を持つのかを確かめることも重要な課題である。それは強いては推定されたパラメータ値に基づく予測の精度に影響してくる。そして、さらには限られた計測費用の中で、推定されるパラメータ値の精度を最大限度にするための観測計画の立案にも役立つ情報を提供する。

本研究では、骨格が線形弾性体で、その間隙を満たす水がダルシーの法則に従って流れるという、いわゆるBiotの圧密方程式に従う地盤上に、盛土の様な載荷をしたときの地盤の変位値と間隙水圧の観測値から、地盤の力学パラメータ、すなわちヤング率、ポアソン比、浸透係数を推定する問題を取り上げ、この信頼性評価をBootstrap法を用いて行い、この結果を従来から行われてきた線形重回帰分析の手法を汎用した誤差評価手法と比較し、後者の評価精度を調べることも目的としている。あわせて、観測計画の立案へのBootstrap法の利用についても触れる。

2. Bootstrap法による逆解析結果の信頼性評価

(1)線形化法による信頼性評価

逆解析を非線形重み付き最小二乗法として定式化した場合の観測方程式は、次のように与えられる：

$$y = f(\theta) + \epsilon \quad (1)$$

ここに、 y は観測値ベクトル、 θ はパラメータベクトル、 $f(\cdot)$ はベクトル関数、 ϵ は誤差ベクトルである。

パラメータの推定値は、次の評価関数 J を最小にする θ として、推定される：

$$J(\theta) = (y - f(\theta))^T V_\epsilon^{-1} (y - f(\theta)) \quad (2)$$

ここに、 V_ϵ は、誤差の分散共分散行列である。

この方法により推定された θ の信頼性は、線形重み付き最小二乗法の理論を汎用して、その分散共分散行列 V_θ を次のように推定する：

$$V_\theta = (X^T V_\epsilon^{-1} X)^{-1} \quad (3)$$

ここに行列 X の各要素は、

$$\{x_{ij}\} = \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} \right\}_{i=1, \dots, m; j=1, \dots, n} \quad (4)$$

すなわち、行列 X は観測値の個数 m を行数、パラメータの個数 n を行数とする $n \times m$ 行列である。この論文では、

(3)式による信頼性評価法を、線形化法による信頼性評価と呼ぶ。

(2)Bootstrap法による信頼性評価

Bootstrap法とは、統計的推定値の確からしさを評価する方法であり、手に入った一つのサンプルから、手には入る可能性のある多くのサンプルをモンテカルロシミュレーションにより発生させ、評価を行うことを基本としている(Efron, 1982)。Bootstrapと言う言葉は、靴紐を締め直して自分の力で再生すると言う古い成句からきている。

Parametric Bootstrap法を、逆解析のパラメータ推定の信頼性評価に用いる手順は、次の通りである。

ステップ1：観測値のノイズの分布形を仮定し、得られた観測値からその分布形パラメータ値を推定する。

ステップ2：得られたパラメータ値に基づき、モンテカルロ法により多くの観測値を生成する。

ステップ3：ステップ2で得た多くの観測値の組それぞれから、逆解析でモデルパラメータ値を推定する。

ステップ4：逆解析により得られた多くのモデルパラメータ推定値から、その推定信頼性を評価する。

3. 計算例

(1)モデル地盤と載荷条件

設定モデル地盤を図-1に示す。層厚4mの均質地盤でヤング率 $E=100 \text{ tf/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、鉛直方向透水係数 $k_y=0.0086 \text{ m/day}$ 、水平方向 $k_x=0.0086 \text{ m/day}$ である。変位に関する境界条件は、底面固定、側面水平変位拘束、浸透に関する境界条件は、上面のみ排水で、他は非排水である。なお全計算時間は時間係数で2に近く、十分に圧密を終了する時間までを対象としている。

(2)観測値

観測値の不確実性、また観測項目（鉛直と水平変位、間隙水圧）、観測間隔については表-1に示すように設定した。すなわち、ケースAでは観測項目は3種類すべてで、A-2はA-1に比べ、観測間隔は変わらないが、観測値の不確実性が増し、またA-3はA-1に比べ、観測値の不確実性は同一であるが、観測間隔が2倍となっている。

表-1 ケース設定（標準偏差・観測回数・観測項目）

	水平方向 (m)	鉛直方向 (m)	間隙水圧 (t/m ²)	全期間での 観測回数	観測項目
ケースA-1	0.010	0.005	0.100	20	水平変位・鉛直変位・間隙水圧
ケースA-2	0.010	0.025	0.500	20	水平変位・鉛直変位・間隙水圧
ケースA-3	0.010	0.005	0.100	10	水平変位・鉛直変位・間隙水圧
ケースB-1	0.010	0.005	0.100	20	水平変位・鉛直変位
ケースC-1	0.010	0.005	0.100	20	鉛直変位・間隙水圧（ポアソン比=0.30）

キーワード： 逆解析、観測計画、推定信頼性、盛土、

連絡先： 岐阜市柳戸1-1 Tel/Fax 058-293-2435, e-mail: honjo@cc.gifu-u.ac.jp

表-2 弾性係数・ポアソン比・水平方向、鉛直方向の透水係数の推定値とその分散および相関行列

		推定値と分散				ブートストラップ法による相関行列				線形化法による相関行列				
		①	②	③	④	①	②	③	④	①	②	③	④	
ケースA-1	真値	100.00	0.300	0.0086	0.0086	①	1.000	-0.851	-0.047	-0.061	1.000	-0.902	-0.005	0.091
	B S法による推定値	100.04	0.301	0.0070	0.0089	②	-0.851	1.000	-0.171	-0.061	-0.902	1.000	-0.171	-0.061
	B S法による分散	0.82	1.43E-5	1.64E-5	2.12E-8	③	-0.047	-0.171	1.000	-0.861	-0.005	-0.171	1.000	-0.861
	線形化法による分散	1.18	1.51E-5	1.94E-5	2.49E-8	④	-0.061	-0.061	-0.861	1.000	0.091	-0.061	-0.861	1.000
ケースA-2	真値	100.00	0.300	0.0086	0.0086	①	1.000	-0.874	0.075	0.130	1.000	-0.903	-0.034	0.162
	B S法による推定値	101.20	0.293	0.0068	0.0089	②	-0.874	1.000	0.107	-0.443	-0.903	1.000	0.107	-0.276
	B S法による分散	17.74	4.51E-4	4.39E-6	2.12E-7	③	0.075	0.107	1.000	-0.376	-0.034	0.107	1.000	-0.882
	線形化法による分散	25.26	4.10E-4	4.87E-5	1.31E-6	④	0.130	-0.443	-0.376	1.000	0.162	-0.276	-0.882	1.000
ケースA-3	真値	100.00	0.300	0.0086	0.0086	①	1.000	-0.882	0.003	0.056	1.000	-0.897	-0.003	0.087
	B S法による推定値	100.10	0.301	0.0071	0.0088	②	-0.882	1.000	0.082	-0.113	-0.897	1.000	0.055	-0.089
	B S法による分散	1.65	2.89E-5	3.00E-5	6.70E-8	③	0.003	0.082	1.000	-0.871	-0.003	0.055	1.000	-0.918
	線形化法による分散	1.94	2.98E-5	4.92E-5	6.37E-7	④	0.056	-0.113	-0.871	1.000	0.087	-0.089	-0.918	1.000
ケースB-1	真値	100.00	0.300	0.0086	0.0086	①	1.000	0.515	—	0.306				
	B S法による推定値	86.54	0.136	0.0000	0.0033	②	0.515	1.000	—	-0.161		計算	不能	
	B S法による分散	8.64	1.13E-5	0.00E-0	8.71E-9	③	—	—	—	—				
	線形化法による分散		計算	不能		④	0.306	-0.161	—	1.000				
ケースC-1	真値	100.00	0.300	0.0086	0.0086	①	1.000	—	-0.334	-0.553	1.000	—	-0.119	0.017
	B S法による推定値	100.04	所与	0.0070	0.0089	②	—	—	—	—	—	—	—	—
	B S法による分散	2.53	所与	1.35E-6	2.39E-8	③	-0.334	—	1.000	-0.522	-0.119	—	1.000	-0.924
	線形化法による分散	0.18	所与	1.57E-6	2.45E-8	④	-0.553	—	-0.522	1.000	0.017	—	-0.924	1.000

①弾性係数 (t/nl) ②ポアソン比 ③水平方向の透水係数 (m/d a y) ④鉛直方向の透水係数 (m/d a y)

一方、B-1はA-1に比べ、観測項目が変位のみとなり、間隙水圧の観測は行わない場合である。最後にC-1は、A-1に比べ水平変位の測定を行わなかった場合である。B-1とC-1の観測値の不確実性の程度と観測間隔は、A-1と同様である。

Bootstrap法では、表-1に示すような統計量を持つ観測値を40個発生させ、これに基づいて重みつき最小二乗法によりパラメータを推定し、その結果を集計して統計量を求め評価した。

(3)計算結果と考察

表-2に計算結果を示した。表にはまず各パラメータの真値、Bootstrap法（以下BS法）による推定値と分散、線形化法による分散を比較している。さらに、BS法と線形化法による相関行列を比較している。

まずケースA-1では、4個のパラメータすべてについて、偏差のない値が推定されており、各推定分散値はBS法によるものが線形化法によるものより、等しいかやや小さい値となっている。また、二つの相関行列は驚くほど等しく、Eと ν 、 k_x と k_y の間に強い負の相関がある他は、ほとんど相関はない。

ケースA-2では、推定値の偏差はやや大きくなり、また推定分散値もかなり大きくなっている。相関行列を見ると線形化法による相関行列はA-1と大差無いが、BS法の相関は特に透水係数に関係する部分で小さくなっている。

ケースA-3の結果は、ほとんどA-1の結果に近く、今回設定した測定間隔ではその影響は小さいと思われる。

ケースB-1では、推定値はかなりの偏差を持ったが、

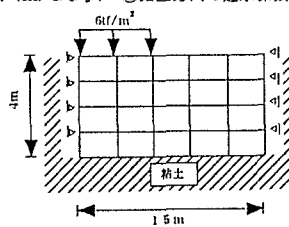


図-1 モデル地盤と計算条件

BS法で評価された分散は、それほど大きくなかった。 k_x の推定値が0に近づく傾向があり、線形化法では先に定義した行列Xがランク落ちとなるため安定せず、共分散行列を算定できなかった。

ケースC-1では、4つのパラメータを同時に推定しようとする逆解析の解が全く収束しないため、 $\nu=0.3$ は既知として解析を進めた。この場合他の3つのパラメータはほとんど偏差無く推定され、推定分散もA-1と比較しても小さかった。また相関行列は、BS法と線形化法で非常に類似した結果を与えている。

4. 結論

今回の計算範囲で得られた結論は以下の通りである。

- (1)線形化法で得られる推定分散値は、BS法で得られるそれらよりも大きめの値を与えることが多かった。
- (2)測定項目は、観測間隔や観測の不確実性の程度よりも本質的な影響を逆解析に与える。
- (3)測定項目が十分であれば、推定値の偏りは少ない。

なお、現在非線形の問題に同様の手法を適用中であり、その結果については講演時に譲る。