

I - A92

薄肉円筒シェルの座屈後挙動特性

三菱重工横浜製作所	正 員	横山 薫
東北大学工学部	正 員	中沢 正利
東北大学工学部	正 員	岩熊 哲夫

1. まえがき

一様な軸方向圧縮力を受ける薄肉円筒シェルの扱った研究では八巻ら¹⁾が行った軸方向変位を制御した実験が有名であり、シェルの座屈後挙動の全容が明らかにされている。しかしそのメカニズムの詳細については言及されておらず、またその後の研究でも報告された例がない。そこで本研究では一様な軸圧縮力を受ける薄肉円筒シェルの座屈後釣り合い経路を Donnel の非線形シェル理論に基づく解析的な数値解析手法を用いて追跡することにより座屈後挙動のメカニズムを明らかにする。

2. 解析方法

図-1に示すような軸方向高さ L 、半径 R 、シェル厚 t の両端単純支持の完全円筒シェルが軸方向に一様な軸圧縮応力 σ を受ける場合を考える。軸方向、周方向、面外方向の座標を x, y, z とし、各方向の変位を u, v, w とする。変位関数として次のような境界条件を厳密に満足する 2 重フーリエ級数を採用する。

$$u = \frac{Lt}{R} \sum_i \sum_j \bar{u}_{ij} \cos(iy/R) \cos(j\pi x/L) \cdots (1-a)$$

$$v = \frac{Lt}{R} \sum_i \sum_j \bar{v}_{ij} \sin(iy/R) \sin(j\pi x/L) \cdots (1-b)$$

$$w = t \sum_i \sum_j \bar{w}_{ij} \cos(iy/R) \sin(j\pi x/L) \cdots (1-c)$$

ここで、 i は周方向の波数、 j は軸方向の半波数である。式 (1) の変位関数、Donnel 型のひずみ-変位関係、及び線形弾性体を仮定して全ポテンシャルエネルギーを求め、全ポテンシャルエネルギー停留の原理を用いて釣り合い式を誘導する。求めた釣り合い式は連立 3 次非線形代数方程式となり、増分法と標準的な Newton-Raphson 法により釣り合い経路を追跡した。

3. 釣り合い経路の詳細

$Z \equiv (L^2(1-\nu^2)^{1/2})/(Rt) = 1000$ の場合の無次元化した荷重 Σ - 軸方向変位 $\bar{\delta}$ 関係を図-2に示す。八巻ら¹⁾が行った軸方向変位制御的に考えると、初期座屈点である A 点までは変位の増加に伴い荷重は線形的に増加する。A 点是不安定対称分岐点であるためシェルは安定性を失い同じ変位レベルにある安定な釣り合い経路 ($i=10$) 上の B 点に飛び移る。 $\bar{\delta}$ が更に増加すると $i=10$ の釣り合い経路を辿り C 点に達する。C 点に変

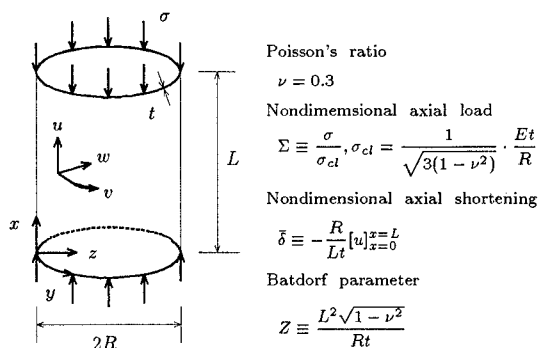
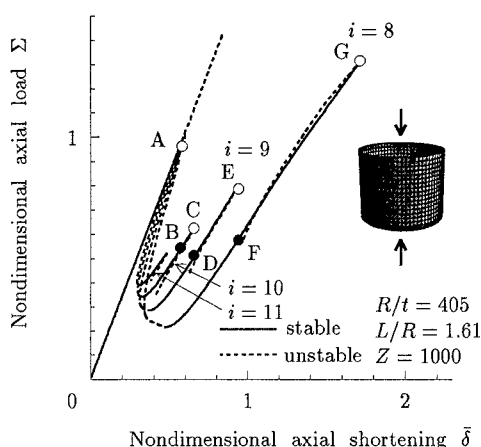


図-1 一様な軸圧縮力を受ける薄肉円筒シェル

図-2 釣り合い経路: $\Sigma - \bar{\delta}$ 関係

薄肉円筒シェル, 座屈後挙動, Donnel 理論, 初期不整感度則

〒980 仙台市青葉区荒巻字青葉 東北大学工学部土木工学科構造強度学研究室 TEL 022-217-7443

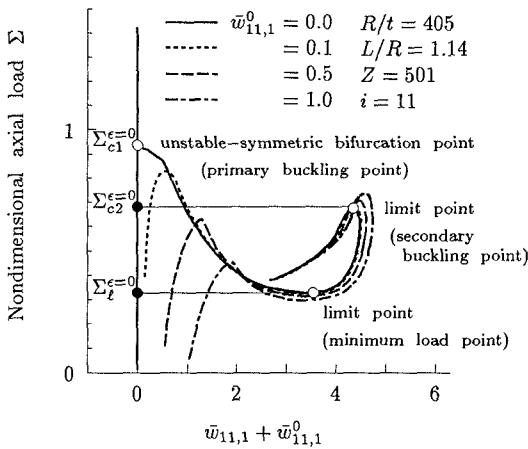


図-3 初期不整の影響: $\Sigma - (\bar{w}_{11,1} + \bar{w}_{11,1}^0)$ 関係、位 $\bar{\delta}$ に関する極大点であるため C 点から同じ変位レベルにある安定な釣り合い経路 ($i = 9$) 上の D 点に飛び移る。更に $\bar{\delta}$ が増加すると D-E-F-G と辿り、G 点以降も飛び移り座屈を繰り返しながら $i = 7, 6, 5, \dots$ の釣り合い経路上を進むと考えられ、変位 $\bar{\delta}$ の極大点を過ぎるごとに、 i の値が 1 つずつ減少するというメカニズムを明らかにした。

4. 初期不整の影響

初期不整を考慮した釣り合い式を解くことにより、Koiter²⁾、池田³⁾の示す初期不整感度則を数値的に検証する。一様軸圧縮力を受ける薄肉円筒シェルの釣り合い経路上には、不安定対称分岐点として初期座屈点、荷重に対する極小点として最小荷重点、荷重に対する極大点として 2 次座屈点が存在するので、これら 3 つの特異点に対する初期不整感度について調べることにする。

図-3 に $Z = 501$ 、 $i = 11$ の場合において、初期不整を $\epsilon = \bar{w}_{11,1}^0 = 0.1, 0.5, 1.0$ としたときの $\Sigma - (\bar{w}_{11,1} + \bar{w}_{11,1}^0)$ 関係を示す。

不安定対称分岐点に対する初期不整の影響の定量化手法としては、荷重変化量が初期不整 ϵ の $2/3$ 乗に比例する Koiter²⁾ の $2/3$ 乗則が有名である。図-4 に図-3 から求めた初期座屈点の荷重変化量 $\Delta\Sigma_{c1}$ と初期不整 ϵ の $2/3$ 乗との関係を示す。両者には線形関係が成り立っており、Koiter の初期不整感度則に従っていることが数値的に検証された。

また、池田³⁾によれば、釣り合い経路上の極限点は荷重変化量が初期不整 ϵ に比例する初期不整感度を持っており、図-5,6 に示した最小荷重点の荷重変化量 $\Delta\Sigma_t$ -初期不整 ϵ 関係、2 次座屈点の荷重変化量 $\Delta\Sigma_{c2}$ -初期不整 ϵ 関係より池田らの初期不整感度則に従っていることが同様に検証された。

参考文献

- 1) Yamaki, N.: *Elastic stability of circular cylindrical shells*, Elsevier, Amsterdam, 1984.
- 2) Koiter, W.T.: *On the stability of elastic equilibrium*, Ph.D. Dissertation, Delft, Holland, 1945. (English translation: NASA Tech. Trans. F10: 833, 1967).
- 3) Ikeda, K. and Murota, K.: *Statics of normally distributed initial imperfections*, *Int. J. Solids Structures*, Vol.30, No.18, pp.2445-2467, 1993.

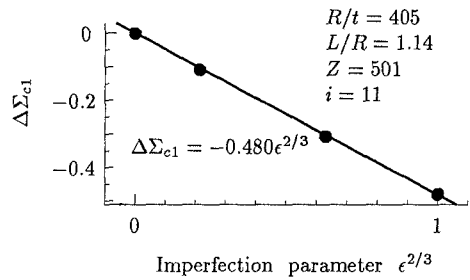


図-4 初期座屈点に与える初期不整の影響

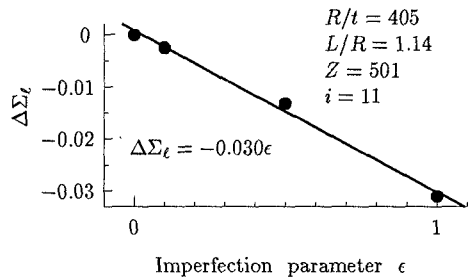


図-5 最小荷重点に与える初期不整の影響

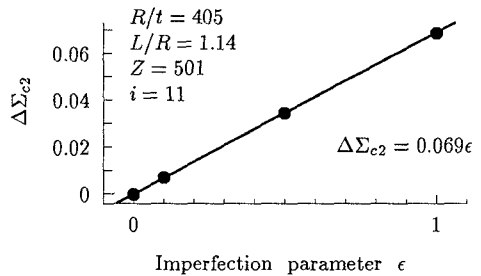


図-6 2 次座屈点に与える初期不整の影響