

I - A50

閉鎖された空間における
汚染物質濃度の除去に対する最適制御○ 中央大学 学生員 遠藤 壮
中央大学 正員 川原 陸人

1 はじめに

例えば建設工事中のトンネル坑内では、トラック、バックホーなど多くの建設機械が使用されているが、その切羽部分では、狭く密閉された空間であるため、排気ガス等による空気汚染がいちじるしい。したがって、そのまま放置しておくと、作業環境は非常に危険なものとなる。実際の施工中のトンネル坑内では、大型換気装置を設置し、常に大量の新鮮空気を送り込むことで、対応している。そこで換気量を決定するにあたり、換気装置の設置台数や、換気能力に対する検討は重要なものとなる。そして、それらの検討は、最終的に最適な換気量を見積もることに帰着する。本研究は、閉鎖された空間として建設工事中トンネル坑内をモデルとし、汚染物質濃度の除去に最適な換気量を最適制御理論を用いて決定することを目的としている。

また、最適制御問題全般の課題として、最適な操作量を算出するための計算時間の問題がある。一般に、最適制御には、最適化のための繰り返し計算必要となるため、多くの計算時間を費やすが、解析領域が大規模であったり、3次元解析を行う場合には、その計算時間は膨大なものになる。したがって、本研究では、比較的計算時間が少ないことで知られるLMQN(Limited-memoryquasi-Newton)法を用いて最適化を行い、その計算時間を検討することも目的としている。

2 基礎方程式

汚染物質濃度の計算に対して、次の移流拡散方程式を用いる。

$$\dot{c} + u_i c_{,i} - k c_{,ii} = r \quad \text{in } \Omega \quad (1)$$

ここで c は汚染物質濃度、 u_i はトンネル坑内の空気の流速、 k は拡散係数である。

一方、トンネル坑内の空気の流速に対して、次の Navier-Stokes 方程式を用いる。

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + p_{,i} - \{\nu(u_{i,j} + u_{j,i})\}_{,j} = 0 \quad (2)$$

$$u_{i,i} = 0 \quad (3)$$

ここで p は圧力、 ν は粘性係数である。

3 最適制御

3.1 評価関数

最適制御問題は、次に示す評価関数を最小にするべく、操作量 $\bar{u}$ を決定する事に帰着する。

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} \frac{1}{2} Q (c - c_{opt})^2 d\Omega dt + \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Gamma_{dc}} \frac{1}{2} Q_{dc} (\bar{u} - u_r)^2 d\Gamma_{dc} dt \quad (4)$$

ここで t_0 及び t_f は操作開始時間と操作終了時間を示す。変数 c 及び c_{opt} は、目的点における汚染物質濃度の計算値と目的値を表し、 $\bar{u}$ と u_r は、操作点における操作量とその理想値を表す。 Q, Q_{dc} は、汚染物質濃度と操作量に対する各々の重み関数である。よって、評価関数が最小となるときに操作量が最適な操作量に相当する。

次に、基礎方程式を考慮して、評価関数 J を以下のように拡張する。

$$J^* = J + \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} u_i^* (\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + p_{,i} - \{\nu(u_{i,j} + u_{j,i})\}_{,j}) d\Omega dt + \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} p^* u_{i,i} d\Omega dt + \int_{t_0}^{t_f} \int_{\Omega} c^* \{\dot{c} + u_i c_{,i} - k c_{,ii}\} d\Omega dt \quad (5)$$

ここで、 u^*, p^*, c^* は、各々の変数に対するラグランジュ乗数である。評価関数 J が、拘束条件として基礎方程式を考慮していないのに対し、拡張された評価関数は基礎方程式を拘束条件として、毎時間ステップで最小化されることになる。ここで、ラグランジュ乗数を求めるために J^* の第1変分を考慮する必要がある。

$$\delta J^* = 0 \quad (6)$$

式(6)を解くことにより、ラグランジュ乗数に関する次の方程式を得る。

$$-\dot{u}_i^* + u_{j,i} u_j^* - (u_j u_{i,j}^*)_{,j} - p_{,i}^* - \{\nu(u_{i,j}^* + u_{j,i}^*)\}_{,j} + c^* c_{,i} = 0 \quad (7)$$

$$u_{i,i}^* = 0 \quad (8)$$

キーワード : 有限要素法、最適制御法、LMQN 法

中央大学大学院理工学研究科 (〒 112 東京都文京区春日 1-13-27, TEL 03-3817-1814, FAX 03-3817-1803)

5 おわりに

本研究は、最適制御理論である *LMQN* 法を用いて、建設工事中のトンネル坑内の作業場付近の汚染物質濃度を 0 に保つことを目的としたものである。汚染物質濃度は、トンネル坑内の空気の流れを操作することで、大きくその濃度分布が影響され、最適な濃度分布を保つことが出来る。また、*LMQN* 法を適用することにより計算時間が大きく短縮された。このことは、2次元解析のみならず、3次元解析に発展させる上でも大きな利点となり得るものと考えられる。

参考文献

- [1] X.Zou, I.M.Navon, M.Berger and K.H.Phua "Numerical Experience with Limited-Memory Quasi-Newton and Truncated Newton Methods, Siam j.Optimization, Vol.3, pp.582-608, 1993"

$$u_i^* = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_d + \Gamma_{dc} \quad (9)$$

$$t_i^* = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_n \quad (10)$$

$$u_i^* = 0 \quad \text{at} \quad t = t_f \quad (11)$$

$$-c^* - (c^* u_i)_{,i} - (c_{,i}^* k)_{,i} + Q(c - c_{opt}) = 0 \quad (12)$$

$$c^* = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_d + \Gamma_{dc} \quad (13)$$

$$q^* = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_{nc} \quad (14)$$

$$c^* = 0 \quad \text{at} \quad t = t_f \quad (15)$$

ここで、 t_i^* は

$$t_i^* = \{u_j u_i^* + p \delta_{ij} + \nu(u_{i,j}^* + u_{j,i}^*)\} n_j \quad (16)$$

である。また、式(6)を解くことにより、評価関数 J^* の操作量 $\bar{u}_i$ に対する勾配を J^* を用いて次のように書くことが出来る。

$$\frac{\partial J^*}{\partial \bar{u}_i} = Q_{dc}(\bar{u}_i - u_{ir}) + t_i^* \quad (17)$$

よって、最適な操作量 $\bar{u}_i$ に対して、次の関係が満たされなければならない。

$$Q_{dc}(\bar{u}_i - u_{ir}) + t_i^* = 0 \quad (18)$$

4 数値解析例及びその考察

本研究では、建設工事中のトンネル坑内の汚染物質濃度を最適に保つための換気量、すなわち送風量を、最適制御理論を用いて決定することを目的としている。解析領域はトンネル切羽付近の縦断面とし、鉛直方向及び水平方向の汚染物質濃度を検討する。換気パイプは、トンネル切羽手前にまで連続的に設置されており、送風口から水平方向に新鮮空気が吹き出すものとする。また、汚染物質は切羽付近1点よりわきだしによってトンネル坑内に拡散して行くものとする。目的点は汚染物質わきだし点の付近にある1点とし、目的点において、汚染物質の濃度を0とすることを目的とする。制御時間は、3000stepで実行した。目的点における汚染物質濃度の時刻歴を Fig.4-2 に示す。実線が制御を施した場合、破線が制御を施さない場合である。制御を施さない場合は、汚染物質がわき出すことによって目的点において汚染物質濃度が徐々に高くなっていくが、Fig.5-2 に示す新鮮空気の流速、すなわち換気量を操作点に与えることで、トンネル坑内に空気の流れが生じ、目的点において汚染物質が0に保たれていることが分かる。最小化イテレーション回数は、比較的少ない回数で収束をみることが出来て、これは、計算時間の短縮に大きく影響しているものである。

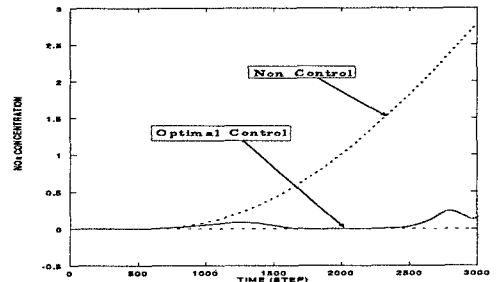


Fig.4-2 NOx CONCENTRATION AT THE OBJECTIVE POINT

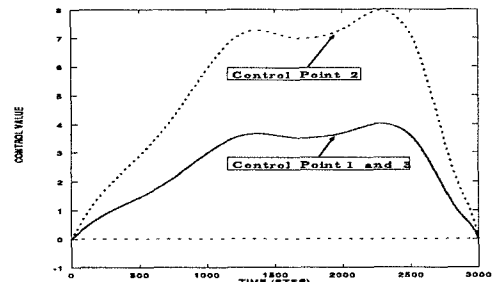


Fig.5-2 CONTROL VALUE AT THE CONTROL POINT

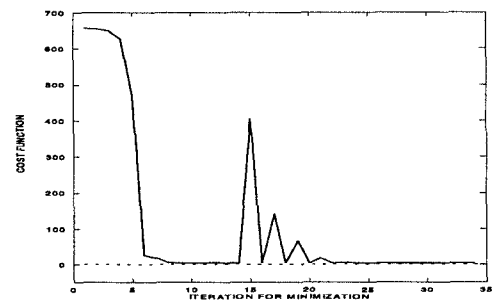


Fig.6-2 COST FUNCTION