I－A42　非構造格子に基づく三次元非圧縮流れ解析の高性能並列化法の構築

中央大学大学院　学生会員　○玉井　典
東京ガス　正会員　猪股　渉
中央大学理工学部　正会員　樫山　和男

1. はじめに

並列計算に関する研究は，一般に，構造解析に比べて多大な自由度を要する流体解析において盛んである．並列計算手法を構築する上で，連立一次方程式をいかに効率よく解くか，実際問題(非構造格子)に応用できるか，の二点が重要になる．

本論文は，非圧縮流れ解析における並列アルゴリズムと，任意領域へ適用可能な自動領域分割法を開発して，非構造格子に対する高性能な並列計算手法を構築することを目的とする．本論文で提案する並列化法を三次元円柱周り流れ解析に適用し，その有効性の検討を行った．

2. 領域分割法

本研究では，与えられた計算領域を幾つかの小領域に分割し，各小領域にプロセッサを割り当てて並列計算を行う．効率よい並列処理を実現するには，領域分割に対して各小領域間の負荷均等，通信量の抑制，任意領域への適用性，の三点が問われる．ここでは，Farhatが提案した自動領域分割法[1]により，これらの三点を満足させる．

また，記憶容量の面での制約を回避するため，各プロセッサには割り当てられた小領域のデータのみを与えて，記憶容量を分散させる．

3. 並列化アルゴリズム

3.1 基礎方程式と離散化

非圧縮粘性流れの基礎方程式は，ナビエ・ストークスの運動方程式とオイラーの連続式である．時間離散化に準陽解法，空間離散化に流速双1次/圧力区分0次要素を用いた安定化有限要素法[2]を適用すると，圧力・流速に対する以下の有限要素方程式を得る．

$$M_c\bar{U}^{n+1} = M_cU^n - \Delta t\left(KU^n + \frac{1}{R_e}SU^n\right) \quad (1)$$

$$(C^TM_L^{-1}C + D)P^{n+1} = -C^T\bar{U}^{n+1} \quad (2)$$

$$U^{n+1} = \bar{U}^{n+1} + M_L^{-1}CP^{n+1} \quad (3)$$

ここで，M_c, M_L, K, S, C, D, P^{n+1}, $\bar{U}^{n+1}$はそれぞれ，整合質量，集中化質量，移流，拡散，勾配，安定化行列，$\Delta t\,p^{n+1}$，運動方程式の既知量である．式(2)はElement-by-Element SCG法により省メモリな計算を行い，大規模問題に対応させる．また，Element-by-Element法は領域分割法との適合性に優れ，陽解法[3]に準ずる容易な並列アルゴリズムの開発が行える点にメリットがある．

KeyWords : *Parallel computation, Unstructured grid, Element-by-Element technique, Flexible code*
〒112 東京都文京区春日1-13-27
TEL. 03-3817-1815　FAX. 03-3817-1803

3.2 圧力ポアソン方程式の並列処理に伴う通信

3.2.1 ネイバリング通信

ネイバリング通信は隣接するプロセッサ間の通信であり，E-by-E処理後，領域境界上節点に対する要素の重ね合わせを完成させるための通信である．この通信は，式(1),(3)と式(2)の左辺第一項の計算で発生させる．ここでは，安定化有限要素法に特有な，式(2)の左辺第二項の計算に対するネイバリング通信について説明する．図1で，要素ⓘに対して求むべき安定化行列は次式で与えられる[2]．

$$\sum_j D_{ij}P_j = a_ia_{i1}(P_i - P_{i1}) + a_ia_{i3}(P_i - P_{i3}) + a_ia_{i5}(P_i - P_{i5}) + a_ia_{i7}(P_i - P_{i7}) \quad (4)$$

式(4)は，着目要素ⓘと辺で接する要素の情報を必要としている．図1では領域境界の存在により，式(4)をプロセッサ(PE)1内のみの情報で計算することはできない．従って，プロセッサ1は式(5)を計算し，プロセッサ2からa_{i3}, P_{i3}を受け取って式(6)を式(5)に足し込む．

$$\sum_j D_{ij}P_j = a_ia_{i1}(P_i - P_{i1}) + a_ia_{i5}(P_i - P_{i5}) + a_ia_{i7}(P_i - P_{i7}) \quad (5)$$

$$D_{i,i3}P_{i3} = a_ia_{i3}(P_i - P_{i3}) \quad (6)$$

3.2.2 グローバル通信

この通信は全プロセッサ間の通信を指し，CG法内で要求される．陰解法は領域内の全未知数を同時に求める方法であり，各小領域内の情報を一つに集める必要がある．この情報収集は，CG法では，ベクトルの内積計算に反映される．今，図1で求むべき内積は式(7)である．各プロセッサは以下の計算を行い，互いにデータ交換して式(7)を得る．ただし，rは残差ベクトルである．

$$(r, r) = \sum_{e=1}^{40} r_e^2 \quad (7)$$

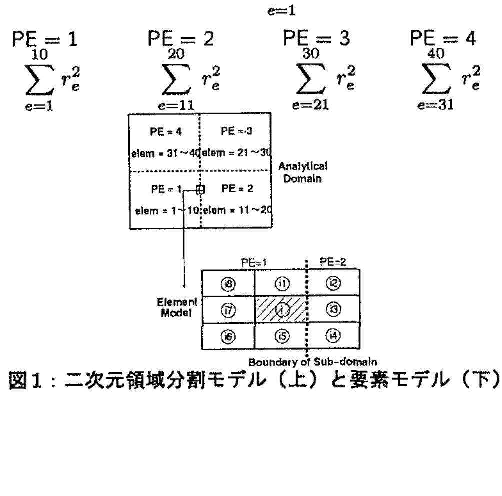

図1：二次元領域分割モデル（上）と要素モデル（下）

3.3 並列計算の流れ

本研究における並列計算手順をまとめると，次のようになる（図2参照）．なお，計算機には富士通社の分散メモリ型並列計算機AP1000を用いる．

① 与えられたメッシュに対して領域分割を行い，小領域データと小領域境界上節点データを得る．
② 各プロセッサは割り当てられた小領域について，式(1)を計算する．
③ ネイバリング通信を行い，運動方程式の既知量を求める．
④ 各プロセッサは割り当てられた小領域について，式(2)を計算する．
⑤ ネイバリング通信とグローバル通信を行いながら，圧力を求める．
⑥ 各プロセッサは割り当てられた小領域について，式(3)を計算する．
⑦ ネイバリング通信を行い，流速を求める．
⑧ 時間ステップが終了するまで ②〜⑦を繰り返す．

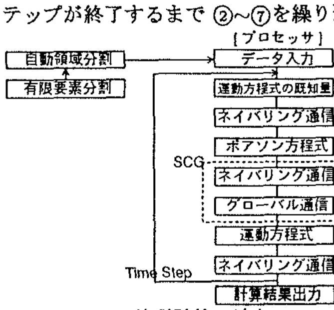

図2：並列計算の流れ

4. 数値解析例

4.1 計算条件

数値解析例として三次元円柱周り流れ計算を行った．有限要素メッシュには節点数1,254，要素数1,200の二次元メッシュを30層積み重ねたものを用いた（総節点数38,874，総要素数36,000）．境界条件は円柱周りでno-slip条件，上下・側面でslip条件とした（図3）．

4.2 並列化評価

図4にプロセッサ数の変化に対する速度パフォーマンスの状況を示した．本計算はさほど大きな計算ではないが，速度性能が大幅に向上し，並列化の効果がよく現れている．

表1に1プロセッサ当たりの計算負荷推移を示した．使用プロセッサ数の増加に伴い，負荷が分散されて行く様子がわかる．また，並列化に伴う記憶容量増分はわずかで，逐次部分の減少量が大きい．さらに大規模な問題に対してもメモリの点での制約を回避できると考える．

表1：計算負荷推移

PE	逐次部分	並列部分	合計
16	1.73	0.30	2.03
32	0.99	0.19	1.18
64	0.53	0.11	0.64
128	0.33	0.08	0.41

（単位：MBytes）

5. おわりに

本論文では，非構造格子に対する三次元非圧縮性流れの並列計算法を提案し，その有効性について検討した結果，以下のことがわかった．

(1) 圧力ポアソン方程式のソルバーであるElement-by-Element SCG法は領域分割法との相性が良く，陽解法に準ずる容易な並列アルゴリズムの開発が可能である．
(2) 三次元非構造格子に対して，自動領域分割法に基づく並列計算が行えた．並列計算機AP1000上で効率良く，省メモリな並列計算を行え，本並列化法の有用性を示せた．

今後，さらに大規模な問題に対する並列化効果を検討する一方，前処理部分（領域分割など）の高速化を図り，総合的な時間短縮について検討する予定である．

謝辞：本研究を行うにあたり，並列計算機AP1000を使用させて下さった富士通HPC研究センターに厚く感謝いたします．

参考文献

[1] Farhat,C., "A simple and efficient automatic FEM domain decomposer", *Computers & Structures*, 28,pp576–602 (1988)
[2] Inomata,W., K.Kashiyama, "A Comparison of Some Stabilized Finite Element Formulations for Incompressible Viscous Fluid Flow", *Proc. 3rd Asian-Pacific Conf. Comp. Mech.*, pp1733–1738 (1996)
[3] 斉藤克矢,樫山和男, "非構造格子に基づく浅水長波流れの並列計算", 第50回年次学術講演会講演概要集, pp446–447 (1995)

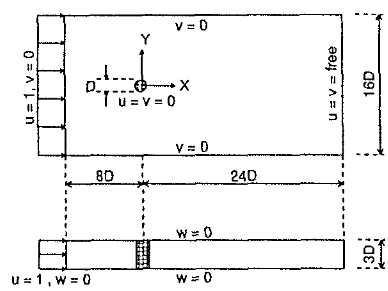

図3：境界条件

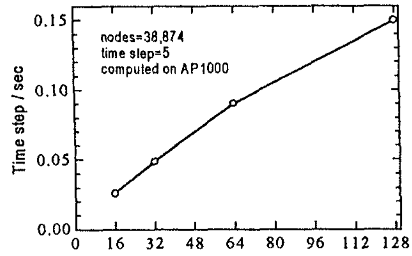

図4：速度パフォーマンス