

I - A41

異機種並列計算機を用いた大規模陽的有限要素解析の 並列化効率に関する検討

中央大学大学院 学員 ○大場 慶夫
中央大学 正員 榎山 和男

1. はじめに

近年の数値計算は、問題の複雑化及び3次元化などにより大規模化してきている。このため、従来の単一プロセッサの計算機では計算時間及び計算機容量に限界が生じている。そこで、近年急速に発達してきている並列計算機が注目を浴びている。効率の良い並列計算を行うためには、用いる並列計算機の特徴や実行性能の違いを把握しておくことが重要となる。本報告は、SIMDタイプである富士通社のAP1000とAP1000+、MIMDタイプであるIBM社のSP2(RS/6000 SP)の2つのタイプの並列計算機を用い、非構造格子に基づく陽的な並列計算を高潮解析をモデルとして行い、その並列化効率について検討を行った。

2. 基礎方程式と離散化

高潮解析の基礎方程式には、非圧縮粘性流体を仮定した非定常非線形の浅水長波方程式に、高潮による気圧と風の効果を考慮した次式を用いる。

$$\ddot{u}_i + u_j u_{i,j} + g(\zeta - \zeta_0)_{,i} + \frac{\tau_{ib}}{\rho(h + \zeta)} - \frac{\tau_{is}}{\rho(h + \zeta)} - A_l(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} + ((h + \zeta)u_i)_{,i} = 0 \quad (2)$$

ここに、 ζ_0 は低気圧の通過に伴う気圧降下による海面上昇量、 τ_{is} は低気圧圏内の風の吹き寄せ効果による海面摩擦力、 τ_{ib} は海底面でのせん断応力を表す。上記の基礎方程式に対し、空間方向の離散化には、ガラーキン法に基づく有限要素法を、時間方向の離散化には3段階陽的解法を用いる。なお、要素としては、三角形一次要素を用いている。

3. 並列計算機

3.1. AP1000(AP1000+)

AP1000(+)は、各プロセッサにメモリーが搭載された分散メモリー型並列計算機である。セルと呼ばれるプロセッサとホストと呼ばれるホストコンピュータからなり、3種類のネットワーク（T-Net, B-Net, S-Net）を介して通信を行う。セルではホストあるいはセル間でのデータ送受信や、同期取りを行いながら並列実行を行う。ホストでは全セルの実行環境設定、セルでのタスクの生成、セルとのデータ送受信、セルの状態監視などの処理を行う。

3.2. SP2

SP2は、AP1000同様分散メモリー型並列計算機である。それぞれプロセッサはハイパフォーマンススイッチ（HPS）と呼ばれる高速ネットワークを介して通信を行う。表-1にAP1000とSP2の計算機諸仕様を示す。

表-1：計算機諸仕様

	AP1000(AP1000+)	SP2
分類	SIMDタイプ (Single Instruction Multiple Data)	MIMDタイプ (Multiple Instruction Multiple Data)
プロセッサ	SPARC+FPU(5MHz)	POWER2(66~74MHz)
メモリ	16MB(16~64MB)	64~128MB
キャッシュ	128KB(36KB)	128KB
単体性能	8.33Mflops(50Mflops)	266Mflops
システム性能	4.26Gflops (3.20Gflops)	2.13Gflops
プロセッサ数	512台(64台)	8台
転送速度	50MB/sec[B-Net] 25MB/sec[T-Net]	40MB/sec[HPS]

4. 並列計算

4.1. 領域分割

並列計算の前処理として、全体の解析メッシュ（非構造格子）を使用するプロセッサと同数の小領域に分割する。これについては、Farhatにより提案された自動領域分割法を用いて行う¹⁾。これにより、各プロセッサでの計算負荷の均等化及び領域境界での節点数の最小化が可能になり、並列計算の効率を上げることができる。

4.2. 並列算法

離散化された有限要素方程式を陽的に解く並列算法を考える。今、図-1において、節点AではAを共有する各要素はすべてプロセッサ1内に含まれており、節点Aに関する物理量の求解は、プロセッサ1のみの情報で行え、プロセッサ間の通信は必要ない。

しかし、節点BではBを共有する各要素はプロセッサ1とプロセッサ2の両方に含まれているので、節点Bに関する物理量の求解は、プロセッサ1及びプロセッサ2両方の情報が必要となる。ここでプロセッサ間の通信を行わなければならない²⁾。

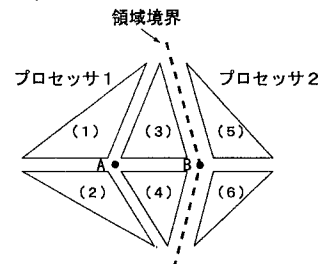


図-1：メッシュモデル図

Key Words : Parallel computing, Unstructured grid,
Explicit scheme, Finite Element Method

〒112 東京都文京区春日 1-13-27,
Tel:03(3817)1815, Fax:03(3817)1803

5. 数値解析例

数値解析例として、伊勢湾台風 (1956年9月26日) による高潮の解析を行った。要素数の異なる三種類のメッシュ (MESH S:22605, MESH M:133546, MESH L:206977) を用い、それぞれについて領域分割を行い AP1000, AP1000+及び SP2 を用いて同一の解析を行い、計算時間及び並列化効率について検討を行った。図-2に MESH L の有限要素分割図を示す。



図-2：有限要素分割図 (MESH L)

図-3~5に各メッシュでのプロセッサ数を変化させたときの並列化効率と主な領域分割数での1プロセッサあたりの要素数を示す。また、表-2に MESH L での CPU 時間と通信時間 (データ送受信+同期待ち) の内訳を示す。要素数の多いメッシュやプロセッサ数が少ない場合は、効率の高い並列計算が行えているが、いずれの計算機でもプロセッサ数の増加に伴い並列化効率は下がっており、また要素数の少ないメッシュほど並列化効率が劣っている。これは、全体の計算時間に対する通信時間の占める割合が増えるためであり、1プロセッサあたりの要素数、すなわち一つのプロセッサにかかる計算負荷が少ないほど並列化効率は下がることを意味している。本解析においては、1プロセッサあたりの要素数が概ね AP1000 では550, AP1000+では700, SP2 では6000 以上で、並列化効率80%を越える効率のよい並列計算が行えており、この要素数は計算機のハードウェア性能に依存している。(表-1参照)

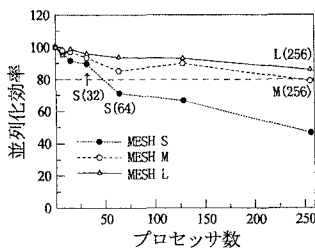


図-3：並列化効率 (AP1000)

	要素数
S(32)	707
S(64)	354
M(256)	522
L(256)	809

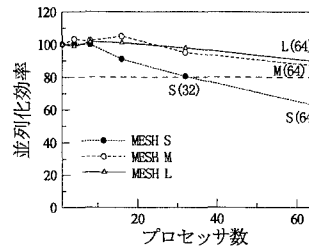


図-4：並列化効率 (AP1000+)

	要素数
S(32)	707
S(64)	354
M(64)	2087
L(64)	3235

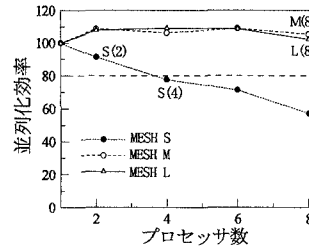


図-5：並列化効率 (SP2)

表-2：CPU 時間と通信時間

PE	AP1000		SP2	
	pure CPU	com.&wait	pure CPU	com.&wait
2	985.517 (99.82%)	1.819 (0.18%)	36.225 (96.64%)	1.260 (3.36%)
4	548.518 (99.45%)	3.038 (0.55%)	17.260 (93.13%)	1.273 (6.87%)
8	254.915 (98.02%)	5.136 (1.98%)	7.97 (80.64%)	1.913 (19.36%)

(sec)

6. おわりに

非構格子に基づく陽的な並列計算法を構築し、SIMD タイプである AP1000(+) と MIMD タイプである SP2 を用い、並列化効率に関する検討を行った。その結果を以下にまとめる。

(1) AP1000(+) では、計算を実行するセルとセルを管理するホストの二つのプログラムが必要となり、プログラミングは多少煩雑になる。しかし、SP2 では、それぞれのプロセッサは独立しており、同一のプログラムを実行するので、AP1000(+) に比べてプログラミングは容易である。

(2) 効率のよい並列計算を行うためには、使用する並列計算機のハードウェア性能と問題の規模によりプロセッサ数を選択することが望ましい。本報告においては、1プロセッサあたりの要素数が概ね AP1000 では550, AP1000+では700, SP2 では6000 以上で効率のよい並列計算が行えた。

謝辞 本研究を行うにあたり、並列計算機の使用を許可された富士通 HPC 研究センターに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Farhat, C.: A simple and efficient automatic FEM domain decomposer, *Computers & structures*, 28, pp576-602, 1988.
- 2) Kashiwayama, K. et al.: Parallel finite element method for large-scale computation of storm surge and tidal flow, *Int. J. Num. Meth. Fluids*, Vol.23, 1997.