土木学会第52回年次学術講演会（平成9年9月）
I－A38

エレメントフリーガラーキン法におけるサポート半径の決定法

川田工業(株)　正会員　庭山孝史*
東京電機大学　正会員　井浦雅司†

1　はじめに

構造解析の分野では，有限要素法(FEM)が広く用いられているが，最近，Belytschkoら[1)]は，要素分割を必要としないエレメントフリーガラーキン法(Element Free Galerkin Method, EFGM)と呼ばれる手法を提案した．EFGMではLancasterら[2)]が用いた移動最小二乗法(Moving Least Squares Method, MLSM)によって変位関数を作成するが，この変位関数の係数には，直接その点における変位を示さないという特徴があり，文献(3)ではFEMと同様の手法により境界条件を処理できる変位関数の作成を提案している．EFGMにおける数値解の精度に影響を与える要因としては，節点数，セルの数等があるが，最大の要因はサポート半径であることを計算例を通して確認している．サポート半径を決定する方法としては，長嶋ら[4)]の提案している手法等があるが，確定した方法はまだ無い．そこで本報告では，Timoshenko梁を例に取り，精度の良い解を与える時の形状関数の形とサポート半径の関係を調べることを目的とする．

2　変位関数

Belytschkoら[1)]の提案した変位関数は，以下のように表わされる．

$$u^h(x) = \boldsymbol{N}(x)\boldsymbol{u} \quad , \quad \boldsymbol{u}^T = [u_1, u_2, \ldots, u_n] \tag{1}$$

ここに，$\boldsymbol{N}(x)$は形状関数である．文献(3)で提案した変位関数は，以下のように表わされる．

$$u^h(x) = \boldsymbol{N}(x)\hat{\boldsymbol{N}}^{-1}\boldsymbol{U} \tag{2}$$

ここに，

$$\hat{\boldsymbol{N}} = \begin{bmatrix} N_1(x_1) & N_2(x_1) & \cdots & N_k(x_1) \\ N_1(x_2) & N_2(x_2) & \cdots & N_k(x_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1(x_k) & N_2(x_k) & \cdots & N_k(x_k) \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{U}^T = [U_1, U_2, \ldots, U_k] \tag{4}$$

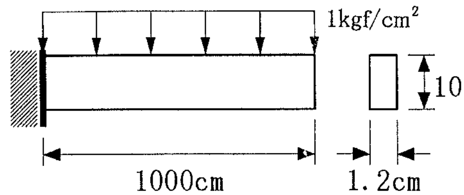

図 1: 片持ち梁

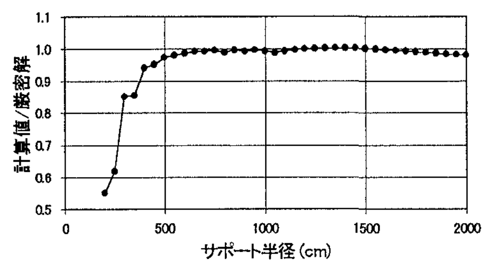

図 2: 10節点での解析結果

ここで，kは全節点数を示す．式(1)と式(2)の変位関数の形を調べることにより，サポート半径を決定する．

3　Timoshenko梁の解析

Timoshenko梁のポテンシャル関数は以下のように与えられる．

$$\Pi = \int_0^L \left[\frac{EI}{2}(\theta')^2 + \frac{GA}{2}(v'-\theta)^2 - pv\right] dx - \left[\bar{Q}v - \bar{M}\theta\right]_{S_\sigma} \tag{5}$$

ここに，vは変位，θは曲げによる回転角，Eはヤング率，Gはせん断弾性係数，Iは断面二次モーメント，Aは断面積である．

解析対象は図1に示す片持ち梁である．図2は節点数を10，セルの数を20，各セルにおける積分点の数を3として，サポート半径を変化させた時の自由端におけるたわみの計算値とBernouill-Euler梁の厳密解$(pL^4/8EI)$の比である．図2よりサポート半径が750cm付近の時に，解析結果と厳密解がほぼ一致していることがわかる．そこでサポート半径が250cm，750cm，2000cmの時の形状関数を求めて図3，4に示す．図4は$\boldsymbol{N}(x)\hat{\boldsymbol{N}}^{-1}$

*東京都北区滝野川1-3-11, Tel 03-3915-3411
†埼玉県比企郡鳩山町 東京電機大学 理工学部 Tel 0492-96-2911

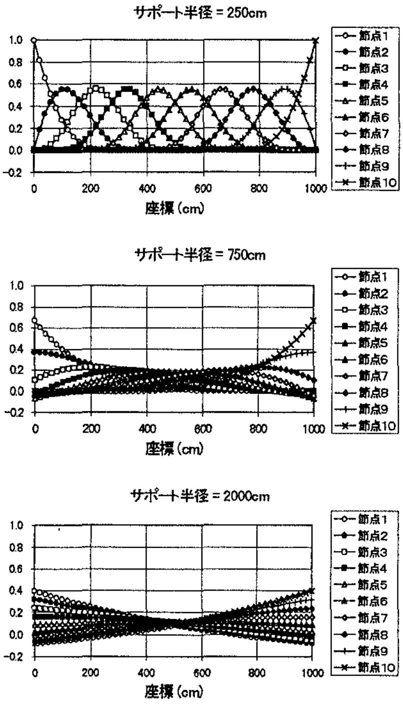

図 3: 形状関数(式(1))

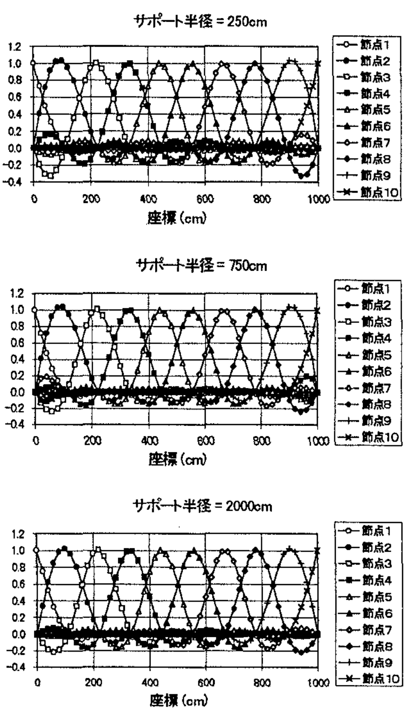

図 4: 形状関数(式(2))

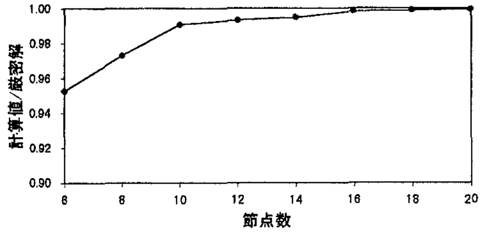

図 5: 本手法による解析結果

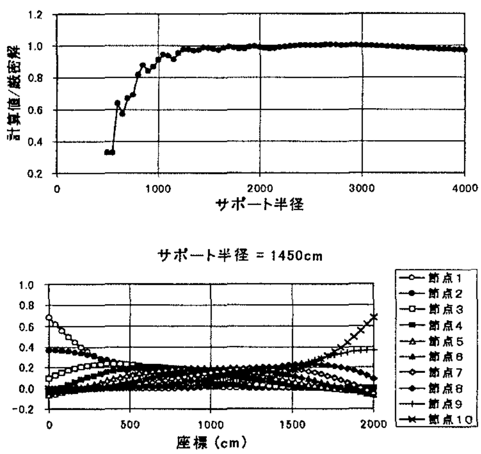

図 6: L=2000cmにおける解析結果

を示しており，それぞれの形状の差異はほとんど見られない．一方，図3は$N(x)$を示しており，梁の中央の値に着目すると，精度の良い数値結果を与えるサポート半径750cmの時，梁の中央に一番近い節点の値が約0.2を示していることがわかる．この傾向は節点数を変えた場合にも，梁の長さを変えた場合にも見られた．これを確認するために，梁の中央に一番近い節点の変位関数の値が，梁の中央において0.2になった時のサポート半径を用いて解析を行った結果を，図5に示す．また梁の長さを2000cmとした時の解析結果とサポート半径が1450cmの時の形状関数を図6に示す．ただし節点数を10，セルの数を20，各セルにおける積分点の数を3とする．図5，6より，精度の良い数値解を与える時には，形状関数に一定のパターンが存在することが確認された．

参考文献

1) T. Belytschko, Y. Y. Lu, L. Gu, 'Element free Galerkin methods', International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, 229-256(1994).
2) P. Lancaster, K. Salkauskas, 'Surfaces generated by moving least squares methods', Math. Comput., 37, 141-158(1981).
3) 井浦，庭山，'Element Free Galerkin Methodにおける基本境界条件の処理'，構造工学論文集 Vol. 43A(1997年3月).
4) 長嶋，奥田，矢川，'エレメントフリーガラーキン法に関する基礎的検討（第2報，二次元ポテンシャル問題への適用）'，日本機械学会論文集(A編)，62巻599号，218-225(1996-7).