

I - A23 ケーブル解析への仮想減衰を考慮した非線形計算法の適用について

大同工業大学工学部 正会員 ○水澤富作
東洋技研コンサルタント 正生員 貝塚真貴

1. はじめに

ケーブルは、幾何学的非線形や有限ひずみなどを含む非線形性の高い問題である。このような非線形性の大きなケーブル問題は、ケーブルの曲げ剛性やねじり剛性を無視し、完全に柔軟な一軸引張り材であると仮定され、また初期プレストレスの導入により、初めてつり合い形状が決定される。また、ケーブルのつり合い形状を求めるために種々の非線形解析法¹⁾が提案されてきている。

本文では、仮想減衰を付加したViscous Relaxation法と有限要素法を適用して、図-1に示すような任意に仮定された初期形状からケーブルの初期つり合い形状解析を行い、本手法の数値安定性について示す。また、このケーブルの初期つり合い形状やケーブル軸に沿った張力分布特性に与えるサグ比や傾斜などの影響についても解析を行っている。

2. 解析手法

仮想仕事の原理とTotal Lagrangian表示に基づくケーブル要素を定式化し、得られた非線形基礎方程式を解くために、Websterにより提案されたViscous Relaxation法（VR法）²⁾を適用する。この方法は、静的つり合い方程式に仮想的な減衰項をつけ加えた1階の微分方程式を数値積分法とNewton-Raphson法で解く準動的解析法の一方法である。ここでは、解の収束性を高める一手法を導入している。

一般に、静的なつり合い方程式は、 $F(U)=P(U) \dots (1)$ で与えられる。ここで、 F は内力ベクトル、 P は外力ベクトルである。式(1)を直接解く代わりに、仮想的な減衰項を付加し、次式で示すような1階の常微分方程式を数値積分法を用いて解く。

$$[D] \dot{U} + F(U) = P(U) \dots (2)$$

ここで、 $[D]$ は仮想減衰マトリックスであり、また $\dot{U}$ は速度ベクトルである。したがって、式(2)を時刻歴積分を行い、速度ベクトルが零になったとき、式(3.1)の解が得られる。ここでは、式(2)で示される1階の常微分方程式を、陰解法であるCrank-Nicholsonの数値積分法を用いて数値計算する。時刻 $t+\Delta t$ で、次式の関係式が仮定される。

$${}^{t+\Delta t}U^{k+1} = {}^tU^k + {}^{t+\Delta t}\dot{U}^{k+1}\Delta t \dots (3)$$

ここで、 Δt は仮想の時間ステップであり、その値は任意に仮定される。また、 k は反復回数を示す。式(2)と式(3)を組み合わせ、Newton-Raphson法を用いれば、次式のように表せる。

$$[[K_T] + (1/\Delta t)[D]] \{ {}^{t+\Delta t}U^{k+1} - {}^tU^k \} = {}^{t+\Delta t}P^{k+1} - {}^{t+\Delta t}P^k \dots (4)$$

ただし、接線剛性マトリックス $[K_T]$ は、

$$[K_T] = (\partial F_i / \partial U_j) \Big|_{{}^tU^k} \dots (5) \text{で与えられるので、式(4)は次式で表すことができる。}$$

$$[K_T] \{ {}^{t+\Delta t}U^{k+1} - {}^tU^k \} = {}^{t+\Delta t}P^{k+1} - {}^{t+\Delta t}P^k \dots (6)$$

ただし、 $[K_T] = [K_T] + (1/\Delta t)[D]$ で表される。したがって、 $[D]$ を適当に仮定し、また任意に

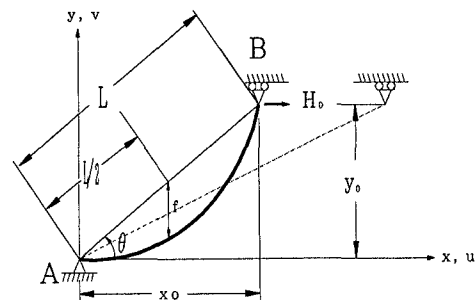


図-1 移動支点に初期水平荷重を受ける傾斜ケーブル
 $L=200.0 \text{ ft.}, E=1.0 \times 10^6 \text{ psf},$
 $A_0=0.1 \text{ ft.}^2, W_0=1.0 \text{ lbs/ft.}$

キーワード： ケーブル、 初期つり合い形状解析、 Viscous Relaxation法

〒457 名古屋市南区白水町40番地

TEL 052-612-5571 FAX 052-612-5953

〒532 大阪市淀川区新北野1丁目14番11号

TEL 06-886-1090

仮定される初期形状、 U^0 を初期条件に用いて、式(6)を解けば初期つり合い形状が求められる。ここでは、仮想減衰マトリックスは、次式のように仮定する。[D] = C [I] (7)

ただし、Cは減衰マトリックス係数であり、[I]は単位マトリックスである。収束を加速させるために、次式に示すように各時間ステップでCを変化させている。 ${}^{t+\Delta t}C = {}^{t+\Delta t}\mu \cdot {}^0C$ (8)

$${}^{t+\Delta t}\mu = {}^t\mu \gamma \sqrt{\sum_{i=1}^N ({}^tU_i - {}^{t-\Delta t}U_i)^2 / \sum_{i=1}^N ({}^tU_i)^2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 0C は初期減衰定数、 ${}^0\mu$ は初期減衰係数、 γ は減衰を低減する係数であり、それぞれ任意に仮定される。 0C は剛性行列の対角項の値AE/Lの最大値を目標に仮定し、また数値安定性の悪い場合には、最大値の2乗ぐらいの値を用いれば数値安定性が高まる。また、収束判定は次式で評価している。

$$\sqrt{\sum_{i=1}^N ({}^tU_i - {}^{t+\Delta t}U_i)^2} / \sum_{i=1}^N ({}^tU_i)^2 < \epsilon \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、Nは自由度数であり、また収束判定値 ϵ は0.001に仮定している。

3. 数値計算例及び考察

表1には、任意に初期形状を仮定した移動支点で初期水平荷重、 $H_0=10$ lbsを受ける水平ケーブルの収束時間ステップ数に与える減衰低減係数 γ の影響が示してある。ただし、収束判定値、 ϵ は0.001にとり、また初期減衰係数、 ${}^0\mu=0.01$ 、減衰マトリックスの係数である初期減衰定数 0C は 10^4 に仮定している。また、ケーブルの初期仮定形状は、表に示すような5つのタイプを仮定している。これより、 γ を低減させると、少ない時間ステップ数で収束値が得られる。また、ケーブルの初期形状が負の張力が作用するように仮定される場合には、 γ を大きめにとれば、時間ステップ数は増大するが、安定した収束値が得られる。さらに、VR法の有用性を示すために、支点Bが鉛直方向($X_0=L_0/\sqrt{2}$)のみに移動できる単一ケーブルの初期つり合い形状解析の結果が図-2に示されている。ここで、初期鉛直荷重 V_0 は、40 lbsから -5 lbsまで変化さ、ケーブルの初期形状は全て図に示すように直線で仮定している。これより、変形過程でケーブルに負の張力領域が生じるような場合には、接線剛性マトリックスが不安定になるので、減衰マトリックスの対角行列に導入される初期減衰定数 0C を大きくとることにより、数値安定性が高められる。

4. あとがき

本文で得られた結果を示すと以下ようになる。
① Viscous Relaxation法を用いれば、ケーブルの初期形状を任意に仮定しても、少ない時間ステップ数で初期つり合い形状が求められる。また、 γ を変化させることにより、安定した初期つり合い形状が求められる。
② 同じ初期荷重のもとで傾斜を増大させると、傾斜ケーブルのサグ比が減少するが両支点のケーブル張力差がかなり顕著に現れてくる。
③ またサグ比が大きくなると、ケーブル軸線に沿った張力分布が一様でなくなり、かなり大きな張力差が見られる。

参考文献 1) 貝塚真貴： 支点移動を考慮した傾斜ケーブルの非線形応答解析に関する研究. 大同工業大学修士論文, 1997. 2) Webster, R.L.: On the static analysis of structures with strong geometric nonlinearity. Comput. Struct., Vol. 11, pp. 137-145, 1980.

表-1 ケーブルの初期形状を任意に仮定した場合のViscous Relaxation法の収束に必要な時間ステップ数: $L_0=20.0$ ft., $\epsilon=1.0 \times 10^{-3}$, $A_0=0.1$ ft., $W_0=1.0$ lbs/ft., $H_0=10.0$ lbs, ${}^0C=10^4$ or 10^8 , ${}^0\mu=0.001$

初期形状	γ	時間ステップ数
Type 1 	2.0	23
	1.0	15
	0.5	11
	0.25	9
	0.1	7
Type 2 	2.0	22
	1.0	15
	0.5	11
	0.25	9
	0.1	7
Type 3 	2.0	22
	1.0	15
	0.5	11
	0.25	9
	0.1	7
Type 4 	2.0	22
	1.0	14
	0.5	10
	0.25	8
	0.1	No Converged
Type 5 	2.0	22
	1.5	46
	1.0	No Converged
	0.5	No Converged
	0.25	No Converged

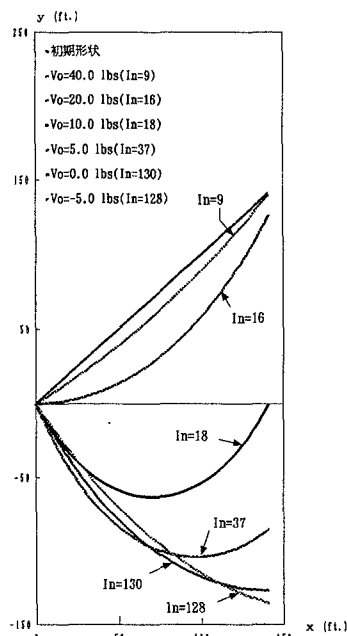


図-2 鉛直方向に移動できる支点を持つ傾斜ケーブルに対する Viscous Relaxation法の収束に必要な時間ステップ数, In