

I - A22

積層偏平シエルの自由振動解析

長崎大学 大学院	学生員	○ 佐治 孝記
長崎大学 工学部	正 員	森田 千尋
長崎大学 工学部	正 員	松田 浩
長崎大学 工学部	正 員	崎山 毅
長崎大学 大学院		浦田 英知

1 研究目的

複合材料は、繊維によって生じる強い材料異方性に特色があり、層材を重ねて成形した平板やシエルといった積層構造材としても多く使われている。この層材の繊維方向を選択することにより、材料設計や最適化が可能となる点においても、在来の構造材にない優れた特徴を持っている。このような新素材などの開発によって、構造物は大型化、薄肉軽量化が進んでおり、これにより予期しなかった振動や騒音のトラブルも多く発生する可能性がある。

本研究では、積層偏平シエル構造の振動特性に注目し、積層数、配向角、曲率などをパラメータとして、積層偏平シエルの自由振動性状について検討する。

2 離散的近似解

図1に示すような積層偏平シエルの曲げに関する基礎微分方程式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} - k_x Q_x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - k_y Q_y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_{xy}}{\partial y} + k_x N_x + k_y N_y + 2k_{xy} N_{xy} + q_z = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (5)$$

$$M_x = B_{11}e_x + B_{12}e_y + B_{16}e_{xy} + D_{11}\beta_x + D_{12}\beta_y + D_{16}\beta_{xy} \quad (6)$$

$$M_y = B_{12}e_x + B_{22}e_y + B_{26}e_{xy} + D_{12}\beta_x + D_{22}\beta_y + D_{26}\beta_{xy} \quad (7)$$

$$M_x = B_{16}e_x + B_{26}e_y + B_{66}e_{xy} + D_{16}\beta_x + D_{26}\beta_y + D_{66}\beta_{xy} \quad (8)$$

$$Q_y = \kappa A_{44} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \right) + \kappa A_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \right) \quad (9)$$

$$Q_x = \kappa A_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \right) + \kappa A_{55} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \right) \quad (10)$$

$$N_x = A_{11}e_x + A_{12}e_y + A_{16}e_{xy} + B_{11}\beta_x + B_{12}\beta_y + B_{16}\beta_{xy} \quad (11)$$

$$N_y = A_{12}e_x + A_{22}e_y + A_{26}e_{xy} + B_{12}\beta_x + B_{22}\beta_y + B_{26}\beta_{xy} \quad (12)$$

$$N_{xy} = A_{16}e_x + A_{26}e_y + A_{66}e_{xy} + B_{16}\beta_x + B_{26}\beta_y + B_{66}\beta_{xy} \quad (13)$$

ここに、 A_{ij} : 積層偏平シエルの面内剛性、 B_{ij} : カップリング剛性、 D_{ij} : 曲げ剛性、 $\bar{Q}_{ij}$: 各ラミナの配向角および材料特性に依存する弾性定数、 k_x, k_y, k_{xy} : 偏平シエルの曲率、 E_1, E_2 : 材料主軸方向縦弾性係数、 ν_{12}, ν_{21} : ポアソン比、 G_{12}, G_{13}, G_{23} : せん断弾性係数、 $\kappa = \frac{5}{6}$: せん断修正係数、 $e_x = \frac{\partial u}{\partial x} - k_x w$, $e_y = \frac{\partial v}{\partial y} - k_y w$, $e_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2k_{xy} w$, $\beta_x = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}$, $\beta_y = \frac{\partial \theta_y}{\partial y}$, $\beta_{xy} = \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}$

積層偏平シエルの基礎微分方程式における断面力、および変形量 $Q_y, Q_x, M_{xy}, M_y, M_x, \theta_y, \theta_x, w, v, u, N_{xy}, N_y, N_x$ の無次元化した諸量 $X_1 \sim X_{13}$ を、領域 $[i, j]$ で面積分することにより積分方程式に変換する。ここで数値積分を用いた近似解法を応用することにより、偏平シエルの主要点 (i, j) における諸量 X_{pij} は、境界従属点 $(f, 0), (0, g)$ の諸量 X_{rf0}, X_{s0g} を用いて次式のように整理される。

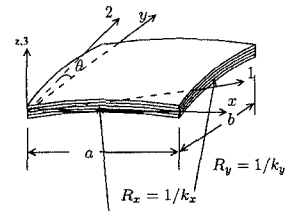


図1: 積層偏平シエル

$$X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} X_{s0g} \right) + q_{pij} \quad (14)$$

積層構造、偏平シエル、離散的近似解法、グリーン関数、振動解析

〒852 長崎市文教町1-14 TEL 095-847-1111 FAX 095-843-7464

3 自由振動解析

自由振動に関する偏平シェルの運動方程式は、鉛直方向の力の釣合い式において横荷重強度を $q_z = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ (ρ : 偏平シェルの材料密度, h : シェル厚) ととればよい。一方, (x_0, y_0) に単位集中荷重 $q_z = P\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$ を負荷することによって得られる基本解を前述の運動方程式に乘じ, 整理すると次式となる。

$$\tilde{w}(\eta_0, \zeta_0) = \lambda^4 \sum_{\eta=0}^m \sum_{\zeta=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \mu \bar{h}(\eta, \zeta) \tilde{w}(\eta, \zeta) G(\eta_0, \zeta_0, \eta, \zeta) \quad (15)$$

ここに, $\beta_{m\eta}, \beta_{n\zeta}$: 数値積分による重み係数, $\lambda^2 = \omega a^2 \left(\frac{\rho}{D_0}\right)^{\frac{1}{2}}$: 偏平シェルの固有値

G は, 単位荷重が点 (η_0, ζ_0) に作用した場合の全体における積層偏平シェルのたわみ (グリーン関数) を表わす。式 (15) より, 固有振動数, 固有振動モードを求めることができる。

4 数値解析結果

曲率半径 $R_x = R_y = R$, 辺長 $a = b$ ならびに辺長とシェル厚比 $a/h = 100$ なる積層偏平シェルの解析を 4 辺単純支持 (roller) の境界条件で行なった。グラフアイト / エポキシ材の 3 層 [0/90/0] のクロスプライ積層偏平シェルに関して, R/a を変化させた場合の固有値を表 1 に, またその時の固有値曲線を図 2 に示す。材料定数は $E_1 = 138[\text{GPa}], E_2 = 8.96[\text{GPa}], G_{12} = 7.1[\text{GPa}], \nu_{12} = 0.3$ である。なお比較解は文献 1) の値を用いた。

表 1: 各 R/a における固有値 (λ^2)

R/a	Division	1st mode	2nd mode	3rd mode	R/a	Division	1st mode	2nd mode	3rd mode
1.0	8	562.39	593.47	646.34	4.0	8	147.32	186.93	233.40
	12	562.34	589.82	640.12		12	147.12	184.16	225.49
	推定収束値	562.30	586.90	635.14		推定収束値	146.96	181.94	219.16
2.0	8	283.93	342.02	348.36	5.0	8	120.97	156.77	213.91
	12	283.83	335.60	344.57		12	120.72	154.07	205.51
	推定収束値 比較解	283.75 (283.8)	330.46 (331.7)	341.54 (341.9)		推定収束値 比較解	120.52 (120.6)	151.91 (152.2)	198.79 (200.3)
3.0	8	192.29	239.47	270.77	10.0	8	72.15	103.68	180.77
	12	192.14	236.44	262.79		12	71.74	100.83	163.14
	推定収束値	192.02	234.02	256.41		推定収束値	71.41	98.55	149.04
100.0	8	45.77	78.66	160.92	∞	8	45.43	78.37	160.71
	12	45.13	75.42	142.04		12	44.78	75.12	141.80
	推定収束値	44.62	72.83	126.94		推定収束値	44.26	72.52	126.67

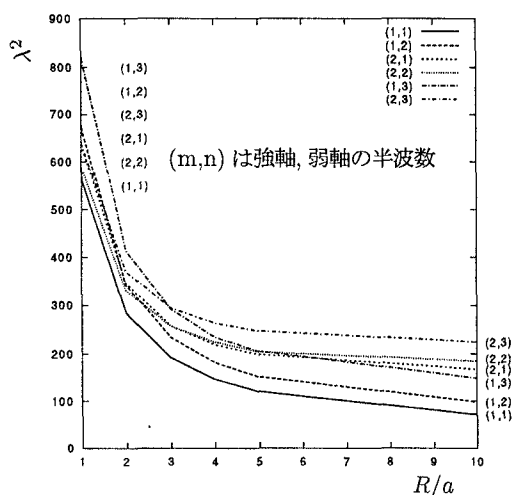


図 2: 固有値曲線

【参考文献】

- 1): シェルの振動入門, 鈴木勝義, コロナ社

5 考察

数値解析の結果から, 積層偏平シェルの固有値は曲率によって大きく影響を受けることがわかる。例えば平板に $R/a = 5.0$ の曲率を持たせると, 固有値は平板のときと比べて 3 倍近くの値となる。また等方性の偏平シェルでは曲率が変化しても, 発現する振動モードは変わらないが, 積層偏平シェルは曲率の変化に伴って振動モードの発現も変化する。曲率が小さいときには異方性をよく示した振動モードになるが, 曲率が大きくなるにつれて, 振動モードに曲率の影響が強く反映されてくるものと思われる。

また小分割数での解析でも 1 次の固有値では良好な値を示し, 本解析法が自由振動解析において有効であることが確認できたといえる。

数値解析結果では, 曲率のみを変化させた場合の解析結果であったが, 積層数, 配向角などをパラメータとした解析も行う予定である。