

I - A21 軸圧縮を受ける薄肉弾性円筒シェルの非線形有限要素解に関する検討

武蔵工業大学 学生員 ○ 渡 貴司

武蔵工業大学 フェロー 増田 陳紀

武蔵工業大学 フェロー 西脇 威夫

1. はじめに：軸圧縮力を受ける薄肉弾性円筒シェルの問題は、境界条件及び初期不整に対して極めて敏感であり、また局所的な座屈波形を表現し得るようにするためには、板の座屈問題と比較して構造全体として多大な要素分割を必要とする。本報告では、座屈前後の座屈波形が変化する様相を含めた非線形挙動を追跡することを前提とした非線形有限要素解析の解の特性および精度に及ぼす要素分割ならびに初期応力行列の影響について検討した結果を報告する。解析手法は、個々の要素には線形要素を用い全体座標系での変位と要素とともに移動する要素座標系での変位との座標変換関係を座標表示に基づいて忠実に表現することにより幾何学的非線形性を考慮する解法¹⁾を基本として用いる。この手法は構造全体での大きな変形にも比較的大きな増分で追従し得る解法であるが、線形要素の使用は個々の要素において幾何学的非線形性が強くなるように要素分割を細かくすることを前提としており、計算機の必要記憶容量が増大する。この問題点の解決を目指した個々の要素レベルでの初期応力行列を採用することによる解析手法の効率化の可能性についての検討も目標の一つであり、その第一段階として初期応力行列が解析解に及ぼす影響を検討した。

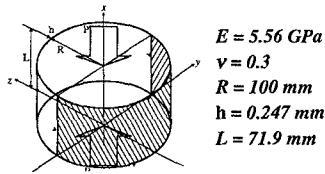
2. 要素数の影響：軸圧縮を受ける円筒シェルの座屈波形はダイヤモンド型と通称されるように周方向、軸方向に数多くの波を有し、かつ波形にとがりがあるため座屈波形を妥当に評価するためには十分な要素数が必要となる。そこでまずこの問題では要素分割数が座屈荷重ならびに座屈波形にどのような影響を及ぼすかについて初期応力行列導入前で検討した。円筒シェルの1/2対称部分を対象として800~4500要素に分割して周縁の軸方向圧縮変位を制御して計算を行った。諸条件は形状係数(Batdorfパラメータ) $z = \sqrt{1-\nu^2} L^2 / Rh$ が²⁾ 200になる寸法、条件を与え、境界条件は両端固定とした³⁾。図-1に解析対象と諸条件を示す。解析結果として荷重比一軸方向変位比関係を図-2に示す。また、要素数と座屈荷重の関係及び要素数と波数の関係をそれぞれ図-3、図-4に、各要素数での変形図を図-5に示す。これらより少なくとも本手法では要素数を細かくしていても座屈荷重が低くなるとは限らず、高くなることもあり得るという結果が得られた。これは図-5からわかるように座屈波形が要素数によって変化し、要素数がある程度多くなるとむしろ大きな座屈荷重に対応するとがりを有する座屈波形を表現し得るようになるためと考えられ、板の座屈の場合には生じない現象を呈する。

3. 初期応力行列の有効性の検討：文献2)では圧縮板の大変位解析の問題を取り上げたが、そこでは初期応力行列を導入することにより、たかだか20%程度の計算時間増で誤差を50%以上低減することができた。棒の場合と板の場合の初期応力行列採用による誤差の低減率を図-6に示す。軸圧縮を受ける薄肉弾性円筒シェルの問題でも同様の検討を行った。本解析手法は通常の固有値解析は行っておらず、得られた座屈モードを次段階の初期たわみモードとして用いて繰り返し計算を行い、収束解を得ることを前提としているため、ここでは文献3)の初期たわみを入れた場合と、その計算で得られた座屈モードを初期たわみとして入れた場合について最も座屈荷重の低かった2000要素(1/2部分)を採用し比較を行った。図-7に初期応力行列導入前後の荷重比一軸方向変位比関係を示す。いずれの場合も初期応力行列を導入した計算では座屈後は収束しないが、座屈までについては棒や板の問題ほどではないものの、本問題でも初期応力行列の効果が表れている。

4. おわりに：本報告では軸圧縮を受ける円筒シェルの非線形挙動の解析においては要素分割の仕方を含めて解析条件により結果に大きな相違が生じ得ることを示した。さらに初期応力行列の利用にあたっては、増分制御方法や収束基準などここで取り上げなかった因子の影響も検討することが必要である。

Geometrical nonlinear analysis Initial stress matrix Large displacement Plates & Shells Initial imperfection

〒158 東京都世田谷区玉堤1-28-1 TEL 03-3703-3111(内線3264) FAX 03-5707-2224



初期たわみ

$$\bar{w} = 0.5\mu w_{11}$$

$$= 0.005 \times \left[1 - \cos\left(2 \times \frac{\pi}{7.19} x\right) \right] \times \cos n\eta$$

(Symmetric mode, $\mu = 0.01$ とする)

$$\Sigma = \frac{P}{P_{cl}} = \frac{P}{2\pi E h^2 / \sqrt{3(1-\nu^2)}} = \frac{1}{132.241} P$$

$$\bar{\delta} = \frac{R\delta}{Lh} = 5.631\delta$$

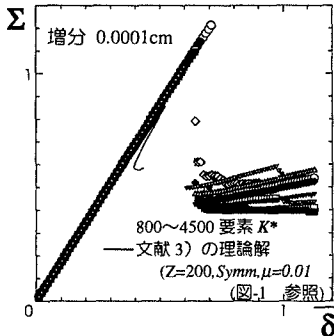


図-2 荷重比～軸方向変位比関係

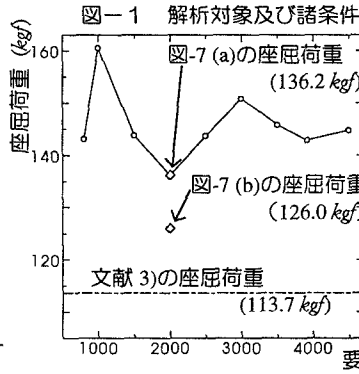


図-1 解析対象及び諸条件

図-3 各要素数での座屈荷重の比較

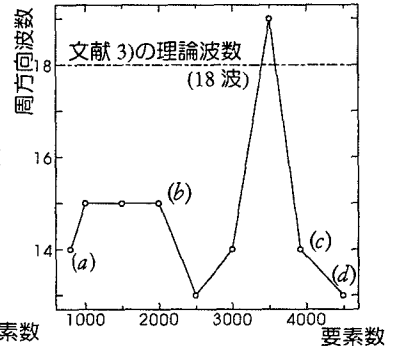
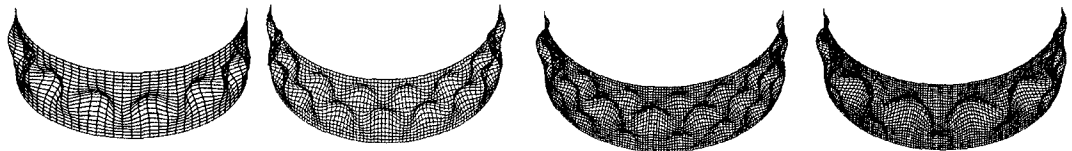


図-4 周方向波数の比較



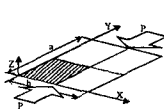
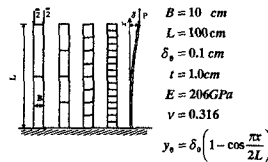
(a) 800 要素 (58step)

(b) 2000 要素 (54step)

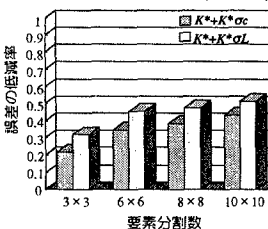
(c) 3920 要素 (57step)

(d) 4500 要素 (58step)

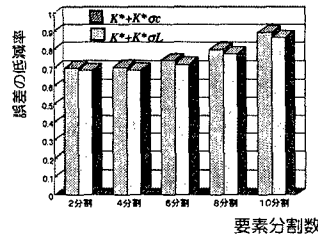
図-5 各要素数での変形図（変位の倍率 10倍）



$$W_0 = 0.1 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$$



(a) 棒の場合

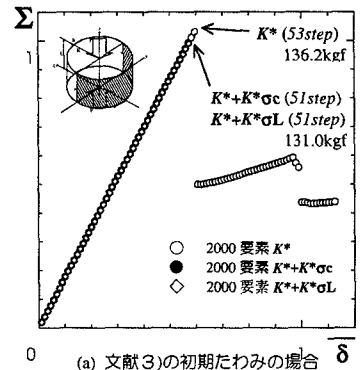


(b) 板の場合

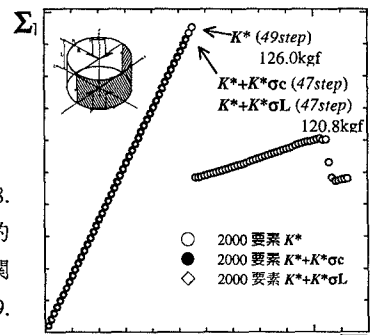
図-6 初期応力行列採用による誤差の低減率
(K^* のみを採用した場合を基準とする)

<参考文献>

- 1) 吉田 裕, 増田陳紀, 松田 隆: 薄肉で構成される立体構造の弾塑性・大変位離散化要素解析法, 土木学会論文報告集, 第288号, pp.41-55, 1979.8.
- 2) 増田陳紀, 西脇成夫, 菊池孝雄, 渡 貴司: 座標表示に基づく幾何学的非線形解析における薄板要素初期応力行列の計算効率に及ぼす効果に関する検討, 土木学会第51回年次学術講演会, I-A95, pp.190-191, 1996.9.
- 3) N.YAMAKI: elastic stability of circular cylindrical shells, NORTH - HOLLAND, pp.218-262, pp.347- 383, 1984.



(a) 文献3)の初期たわみの場合



(b) 座屈モードを初期たわみとした場合
図-7 荷重比～軸方向変位比関係