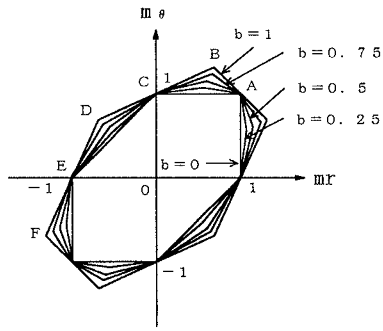
Ⅰ－A14　部分分布荷重を受ける固定支持円形板の統一塑性極限解析

岩手大学工学部　学生員　○桜井　亜紀子
岩手大学工学部　正員　　宮本　裕　岩崎　正二　出戸　秀明

１．まえがき

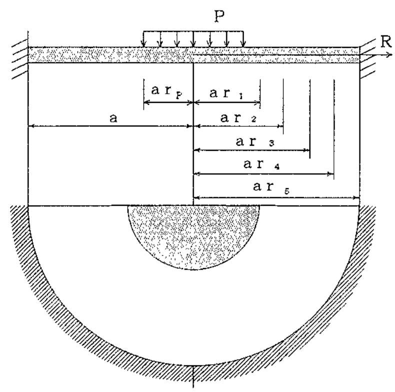
強度理論の新しいシステムである等方性材料に対する統一強度理論は、線形公式と簡潔な物理的概念を持っており、三つの主応力$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$全ての影響を考慮しているため応用範囲が広い。特に、金属材料に対して適用できる統一降伏降伏規準の表現は区間線形となっているため、軸対称構造物の塑性極限解析を行うのに有効である。古くから行われている剛塑性円形板の塑性極限解析は、ほとんどトレスカやミーゼスの降伏規準を用いて行われているのが一般的である。しかし、降伏規準の選択が解析結果にどのような影響を与えるかについてはほとんど注意が払われていないのが現状である。本研究の目的は、統一強度理論の一部である統一降伏規準を用いて部分分布荷重を受ける固定支持円形板の耐荷力、モーメント場、速度場を導いてトレスカやミーゼスの降伏規準等の古典強度理論との比較検討を行い、固定支持円形板の塑性挙動に対する降伏規準の影響を明らかにすることである。



図―１　統一降伏規準

２．統一降伏規準

統一降伏規準は塑性流れが二つの大きな方の主せん断応力によってコントロールされると仮定している。中間主せん断応力の影響を反映する重みパラメータｂが０から１まで変化するとき、一連の区間線形規準が導かれる。特に統一降伏規準において b=0 の時はトレスカ規準､b=1 の時は双せん断応力規準が得られる｡b=0.5 の時においては、ミーゼス規準を近似することができる。図―１は、m_rとm_θによって表された統一降伏規準を示す。



図―２　固定支持円形板

３．解析手法

図―２は、部分分布荷重Ｐを受ける半径ａ及び厚さｈの全辺固定支持円形板を示している。板は統一降伏規準に従う完全剛塑性材料からなると仮定する。塑性極限状態において円形板の釣り合い方程式と降伏条件式は次のようになる。

$$d(rm_r)/dr - m_\theta = -pr^2/2 \qquad 0 \le r \le r_p \quad , \quad d(rm_r)/dr - m_\theta = -pr_p^{\ 2}/2 \qquad r_p \le r \le 1 \tag{1}$$

$$m_\theta = a_i m_r + b_i (i = 1,5) \tag{2}$$

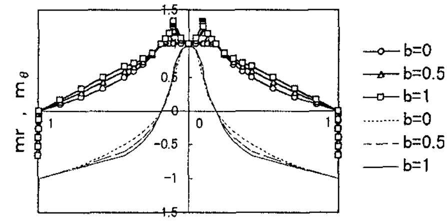
ここで、$r = R/a, m_r = M_r/M_0, m_\theta = M_\theta/M_0, p = Pa^2/M_0$ ただし、M_r, M_θ, M_0は半径方向、円周方向曲げモーメント及び極限モーメントを表す。a_i, b_iはＡからＦまでの５つの線分に対応する定数である。境界条件及びモーメントと剪断力の連続条件を用いることで各分割半径r_i内の内部モーメント場の解析式が導

キーワード：固定支持円形板、統一降伏基準、塑性極限解析
〒020 岩手県盛岡市上田４丁目３－５　TEL019－621－6436　　FAX019－621－6436

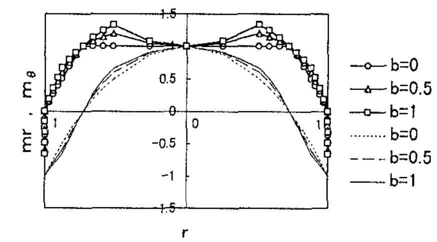
かれる。ただし図―２に示す$ar_1, ar_2, ar_3, ar_4, ar_5$は、図―１のB,C,D,E,Fに対応する分割半径を示す。

４．解析結果と考察

上に述べた解析から、端部効果、降伏規準及び荷重半径を考慮した固定支持円形板の統一塑性極限解が得られる。トレスカ規準の立場では、もし$m_r - m_\theta$曲線が線分EF（図―1に示す）上に存在する場合は、釣り合い方程式は有効ではなく、点Eは固定端（r=1）に対応しなければならない。このことはν_P=0または板の境界でm_θ=0、m_r=－1となることを意味する。ただしν_Pは塑性ポアソン比を表す。ミーゼス規準は、塑性流れの仮定に基づいて板の端においてν_P=0.5あるいはm_θ=0.5m_r　を仮定している。0≦ν_P≦0.5の時の統一降伏規準を用いる場合は、図－１において降伏曲線をEFに拡張することができる。



図－３　モーメント場　r_P=0.1 , ν_P=0.5

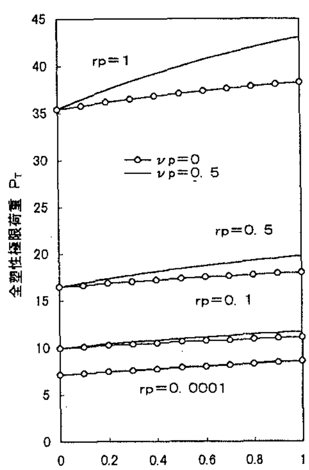


図－４　モーメント場　r_P=1 , ν_P=0.5

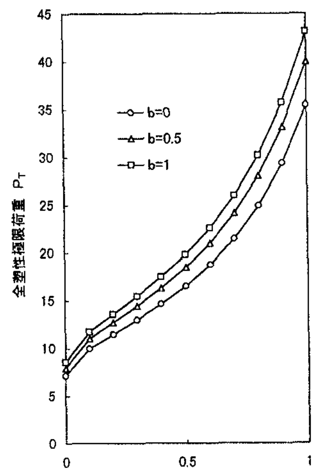
図－３、図－４はν_P=0.5の時の集中荷重（r_P=0.1）を受ける場合と、等分布荷重（r_P=1）を受ける場合の塑性極限状態における板のモーメント場を表している。全塑性極限荷重P_Tを$P_T = \pi r_P^2 P$と定義すると、図－５、図－６は降伏基準、荷重半径がP_Tに及ぼす影響を表したグラフである。全塑性極限荷重P_Tは、b,r_Pの増加関数である。等方性金属材料でできた固定支持円形板の場合、b=1の双せん断応力規準は最大塑性極限荷重となり、b=0のトレスカ規準は最小塑性極限荷重となる。すべての塑性極限解はこの二つの解の間に存在する。

５．結論

双せん断応力規準に対応するb=1の時の統一降伏規準は、塑性極限荷重、モーメント場、速度場の上界を導く。一方トレスカ規準に対応するb=0の統一降伏規準はそれらの下界を与える。固定支持円形板のすべての塑性極限解は、この論文で得られた２つの境界の間にある。荷重半径が大きくなった時、塑性極限荷重への降伏規準の影響はより大きくなる。最大塑性極限荷重と最小塑性極限荷重の差は、最大21.7%となる。従って固定支持円形板の経済的な設計をするためには、適切な降伏規準を選ばなくてはならない。本研究では、塑性極限状態における固定支持円形板の統一解を求めた。その解は降伏規準、端部の条件、荷重半径の影響を含むことから、板の設計において応用範囲の広いものであり、ミーゼス規準もトレスカ規準もこの利点を持っていない。塑性極限荷重は静的許容及び動的許容（釣り合い方程式、応力境界条件、降伏条件、流れ条件及び速度境界条件をすべて満足する）であるため、この論文で与えられた解は、問題に対する厳密解である。



図－５　降伏規準の影響



図－６　荷重半径の影響　ν_P=0.5