

I - A13 薄肉平板構造の一弾塑性解法に関する基礎的検討

東洋技研コンサルタント 正会員 島田 功
 大阪工業大学 正会員 岡村宏一
 国際航業 寺園めぐみ

1. まえがき

筆者はすでに、曲げ、あるいは面内力を受ける大型、かつ高精度の四辺形平板要素の剛性マトリックスを提案し[1]、剛性法によって接続する多格間平板構造の解析に、選点法とリラクセーション法を用いた分配法により、全体ならびに局所の挙動を同時に解析する方法を示した[2]。本報告は、この手法を、さらに幾何学的非線形や弾塑性の問題の解析に発展させたものである。

2. 解式

板の支配方程式は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 D \Delta \Delta w = & q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{4D}{h} \int_0^t \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ \mu \left(\frac{\partial f}{\partial m_x} + \nu \frac{\partial f}{\partial m_y} \right) \right\} \right. \\
 & \left. + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left\{ \mu \left(\frac{\partial f}{\partial m_x} + \nu \frac{\partial f}{\partial m_y} \right) \right\} + (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial m_{xy}} \right) \right] dt \\
 \Delta \Delta \phi = & E \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} - E \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial n_x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial n_y} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\mu \frac{\partial f}{\partial n_{xy}} \right) \right\} dt
 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 w は板のたわみ、 ϕ は応力関数、 D は板剛度、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 q は分布荷重、 μ は塑性流れ係数である。また、 f は塑性ポテンシャルで、降伏曲面を次のように仮定した。

$$f = m_x^2 + m_y^2 - m_x m_y + 3 m_{xy}^2 + n_x^2 + n_y^2 - n_x n_y + 3 n_{xy}^2 = 1 \quad (2)$$

ここに、 $m_x = M_x / M_P$, $m_y = M_y / M_P$, $m_{xy} = M_{xy} / M_P$,

$$n_x = N_x / N_P, \quad n_y = N_y / N_P, \quad n_{xy} = N_{xy} / N_P,$$

$$M_P = \sigma_P h^2 / 4, \quad N_P = \sigma_P h, \quad \sigma_P \text{は降伏応力である。}$$

式(1)右辺の幾何学的非線形、および塑性変形に関する非線形項は、板内の有限領域に分布する分布力として扱った(図1参照)。また、塑性変形に関する塑性流れ係数とその時点での断面力の2階微分は、部分的に差分法を用いて線形化した。なお、時間積分は、各荷重段階の和に置換した[3]。

3. 解析例

(1) 全面等分布荷重が作用する平板の問題 ($\sigma_P = 3000 \text{ kgf/cm}^2$)

図2に示すように、相対2辺を完全固定した板を、9個の正方形大形

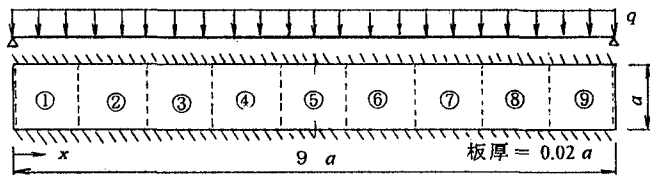


図2 解析モデル($\nu = 0$)と要素の結合

要素を連結したモデルで解析した。板内の非線形項を処理する選点、およびリラクセーションにより分配する節線上の選点は、それぞれ、5等分割して与えた。本問題は、板の中央断面においては、はりに近似できるものである。図3は、はりモデルの非線形解析と本解析結果を中央点のたわみについて比較したものである。同様に、図4は、曲げモーメントと軸力について、はりモデルによるものと本解析結果を比較したものである。両者の結果は良く一致している。なお、リラクセーション法の収束性は良好であった。

キーワード：薄肉平板構造、弾塑性解析、大型平板要素、リラクセーション法

連絡先：〒532 大阪市淀川区新北野1-14-11 東洋技研コンサルタント TEL.06-886-1081 FAX.06-886-1080

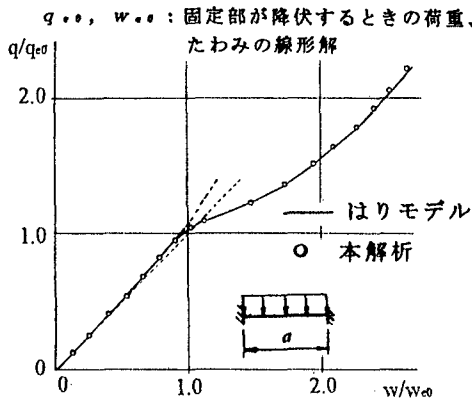


図3 荷重-たわみ曲線

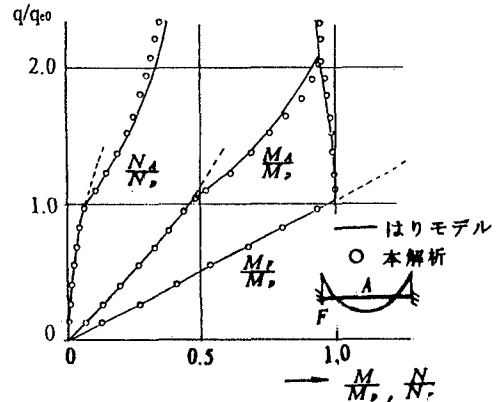


図4 モーメントと軸力の変化

(2) 部分分布荷重が作用する平板の問題 ($\sigma_F=3000\text{kgf/cm}^2$)

図5に示すように、9個の正方形大形要素を連結し、③および⑦の要素の中央に $50\text{cm} \times 50\text{cm}$ の部分分布荷重が作用する対称な問題を解析した。図6は、節線のリラクセーション

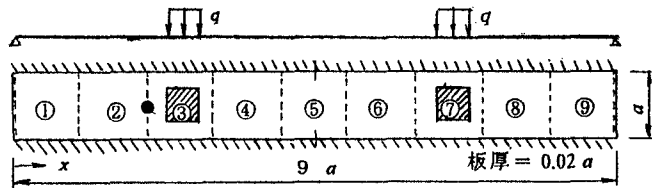


図5 解析モデル($\nu = 0.3$)と要素の結合

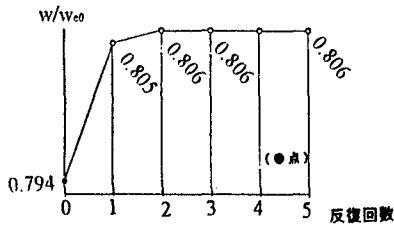


図6 リラクセーションの収束性

法のある荷重段階における、たわみの収束性を示したものであるが、3回の繰り返して3桁の収束値を得た。図7は、たわみの分布を示したものであるが、対称性も満足している。図8は、荷重直下、荷重近傍、および荷重から離れた点の荷重-たわみ曲線を示したものである。荷重直下および近傍で生ずる非線形性も、格間程度離れたとほとんど生じていないことがわかる。したがって、部分荷重に対しては、支持支間程度以上離れたと非線形項を無視した解析でよいことになる。

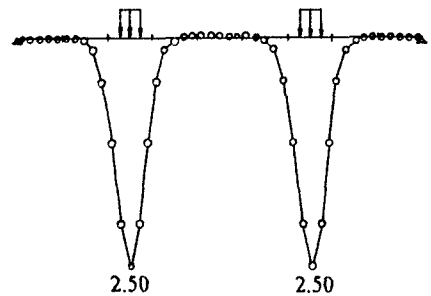


図7 たわみの分布 (w/w_e0)

ところで、解析に必要な自由度を大型要素の1つの節線の変位に制限し、リラクセーション法を用いる本解法は、解析対象となる領域全体をすべて要素分割し、直接剛性法で解くFEMと比較した場合、計算容量を著しく低減することができる。また、簡単な例題ではあるが、本報告を通じて、逐次計算を要する非線形問題においても、十分な精度の結果が得られるようであり、本解法の有用性がうかがわれる。

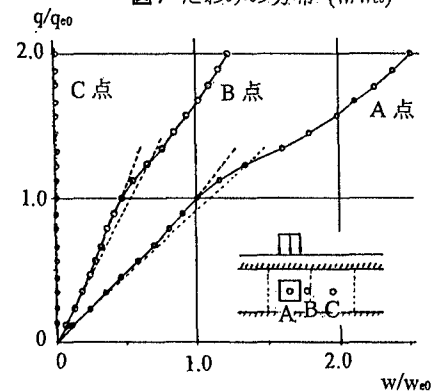


図8 3点の荷重-たわみ曲線

[1]岡村、石川、古市：曲げ、あるいは面内力を受ける大形の任意4辺形平板要素の剛性方程式、土木学会論文集、No.465/1-23、PP.67～76、1993。

[2]正木、石川、岡村、古市：全部材を大形板要素で構成した鋼床版箱桁橋の立体解析、土木学会関西支部年報、PP.1-67～4、1994。

[3]岡村、吉田：大たわみ、およびリブの補剛を考慮した長方形鋼板の弾塑性解析、土木学会論文報告集、No.196、PP.29～43、1971。