

I-A3 厚板理論による長方形厚板の非定常熱曲げ解析

北見工業大学大学院 学生員 野本 周

北見工業大学 フェロー 奥村 勇

1. まえがき 厚板の曲げの問題は、古くから攻勢を極めた構造力学の重要なテーマであるが、従来は、厚板の上面に部分等分布荷重、全面等分布荷重或いは集中荷重などの表面荷重が作用する場合についての研究が多く、温度荷重或いは熱荷重が作用する場合についての研究は、殆ど行われていない。表面荷重の代わりに熱荷重を作用させても、温度変化のために厚板は変形し、変位、応力及び断面力を生じる。その解析には、3次元弾性論による厳密解析と厚板理論による近似解析とがあるが、本研究においては、厚板理論による解析を行う。温度場は、3次元熱伝導論により厳密に解析するが、応力場が近似的解析になる。厚板理論による解析の場合には、応力場が近似的になるという短所があるが、3次元弾性論に比べて、理論解析及び数値計算がはるかに容易になるという大きな長所がある。温度場は非定常状態を考えるので、熱曲げとしては、非定常熱曲げになる。解析は、温度場の解析と応力場の解析との2つに分かれる。

2. 温度場の解析 等方性体の熱伝導方程式は、次式で表される。

$$\nabla^2 T = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 T , t 及び κ は、それぞれ、温度、時刻及び温度伝導率を表す。また、 ∇^2 は直交座標 (x, y, z) における Laplace の演算子である。いま、長方形厚板の座標系を図-1の様に定める。

境界条件として、板の上面に部分加熱を受け、下面において熱放散、 y が一定の2辺において断熱、 x が一定の2辺において温度0の場合を考えると、境界条件は、次式となる。

$$x = \pm a/2 \text{ において, } T = 0$$

$$y = \pm b/2 \text{ において, } \partial T / \partial y = 0$$

$$z = c/2 \text{ において, } \partial T / \partial z + hT = Q(x, y) / \lambda$$

$$z = -c/2 \text{ において, } \partial T / \partial z - hT = 0 \quad (2a-d)$$

ここで、 h 及び λ は、それぞれ、相対熱伝達率及び熱伝導率を表し、 $Q(x, y)$ は、板の上面の加熱を表す。また、初期条件として、次式を考える。

$$t = 0 \text{ において, } T = 0 \quad (3)$$

3. 応力場の解析 応力場の解析には、同次解として、厚板の平面

面応力解、一般化平面応力解及び逆対称応力解の3つの解を用い、図-1 熱荷重を受ける長方形厚板特殊解として、*Boussinesq* の3次元弾性解を用いる。厚板の力学的或いは幾何学的境界条件は、 x が一定の2辺を単純支持及び y が一定の2辺を自由とし、次式とする。

$$x = \pm a/2 \text{ において, } T_{xx} = 0, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0, \quad M_x = 0, \quad \partial u_y / \partial z = 0 \quad (4a-e)$$

$$y = \pm b/2 \text{ において, } T_{yy} = 0, \quad S_{yx} = 0, \quad Q_y = 0, \quad M_y = 0, \quad M_{yx} = 0 \quad (5a-e)$$

$$z = \pm c/2 \text{ において, } \sigma_{zx} = 0, \quad \sigma_{zy} = 0, \quad \sigma_{zz} = 0 \quad (6a-c)$$

温度を考慮した3次元弾性解として、拡張された *Boussinesq* の解を用い、ベクトルの成分で次の様に表す。

キーワード：熱弾性、非定常熱曲げ、長方形厚板、熱供給、厚板理論

連絡先：〒090 北見市公園町165番地 構造力学研究室 Tel 0157-26-9515 Fax 0157-23-9408

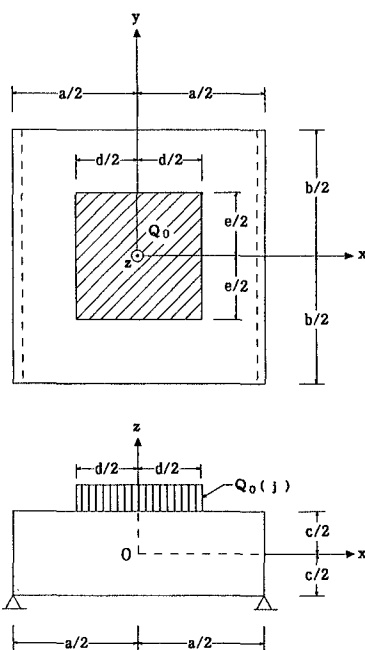


図-1 熱荷重を受ける長方形厚板

$$2Gu_x = \frac{\partial}{\partial x}(\lambda_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_1 + 2\left(\frac{\partial\lambda_3}{\partial y} - \frac{\partial\lambda_2}{\partial z}\right) + \frac{\partial\chi^*}{\partial x} \quad (7a)$$

$$2Gu_y = \frac{\partial}{\partial y}(\lambda_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_2 + 2\left(\frac{\partial\lambda_1}{\partial z} - \frac{\partial\lambda_3}{\partial x}\right) + \frac{\partial\chi^*}{\partial y} \quad (7b)$$

$$2Gu_z = \frac{\partial}{\partial z}(\lambda_0 + x\lambda_1 + y\lambda_2 + z\lambda_3) - 4(1-\nu)\lambda_3 + 2\left(\frac{\partial\lambda_2}{\partial x} - \frac{\partial\lambda_1}{\partial y}\right) + \frac{\partial\chi^*}{\partial z} \quad (7c)$$

ここで、 $\nabla^2\lambda_0=0$, $\nabla^2\lambda_1=0$, $\nabla^2\lambda_2=0$, $\nabla^2\lambda_3=0$, $\nabla^2\lambda_1=0$, $\nabla^2\lambda_2=0$, $\nabla^2\lambda_3=0$, $\nabla^2\chi^*=\alpha ET/(1-\nu)$ (8a-h)

式(7a)から(7c)に含まれる変位ポテンシャルのうち、厚板の熱曲げの特殊解として必要な変位ポテンシャルは、 λ_0 、 λ_3 、 λ_2 及び χ^* だけで、他は0とできる。

4. 計算結果 図-1に示す熱供給を受ける長方形厚板の非定常熱曲げの解析結果を以下に示す。厚板の辺長比 $b/a=1.0$ 、熱供給幅比 $d/a=e/b=0.3$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ 、フーリエ数 $f^*=1.0$ 、ビオー数 $H=0.1$ 及び板厚比 $c/a=1/4$ を用いて計算した。図-2は、 $y=0$ における、 M_x 及び M_y の x 方向における変化を示す。図-2に示されている

様に、 M_x 及び M_y は、共に $x=0$ すなわち板の中央で負の最大値になる。 M_x は、 x の増加に伴いゆるやかに減少し、単純支持辺上で0になる。 M_y については、中央で負の最大値になるが、その値は、 M_x よりも大きい。そして、 $x=0.2a$ 付近で0になり、 $x=0.28a$ 付近で正の最大値になり、その後 x の増加に伴い減少する。この様な M_y の変化の仕方は、表面荷重では起こらず熱曲げ特有のものである。

図-3は、フーリエ数 $f^*=1.0$ の場合の板内部における温度分布を示す。

板厚方向における減衰が遅く、板の下面においても、温度は、比較的大きな値を示している。温度 T の x 方向における変化は、部分加熱の分布境界 $x=0.15a$ 付近で急激になる。

5. あとがき 長方形厚板の熱曲げにおける温度場と応力場とは、本来、独立なものであるが、温度場と応力場の境界条件によっては、温度場における三角関数の助変数を応力場においてもそのまま用いることができることがあり、応力場の解析が極めて容易になる。

温度場は、3次元熱伝導論により厳密に解析するが、応力場の解析が厚板理論と3次元弾性論とでは精確性に相異が出る。厚板理論による解析は、境界条件が近似的になるので、応力場がどの程度の精確性があるかを明確にしなければならない。今後、3次元弾性論による解析との比較検討をしてみたい。計算結果の詳細については、講演会当日報告する。

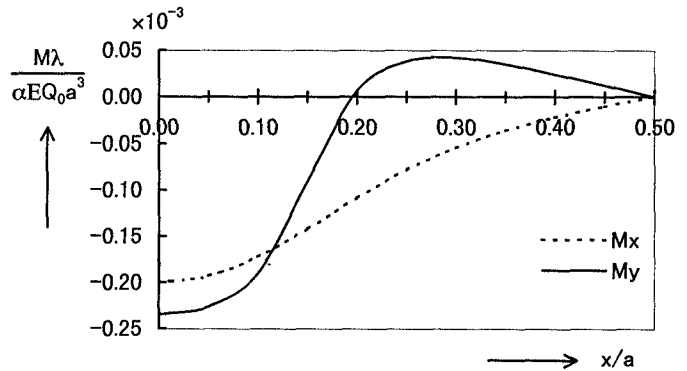


図-2 M_x 及び M_y の分布
($y=0, b/a=1.0, c/a=1/4$)

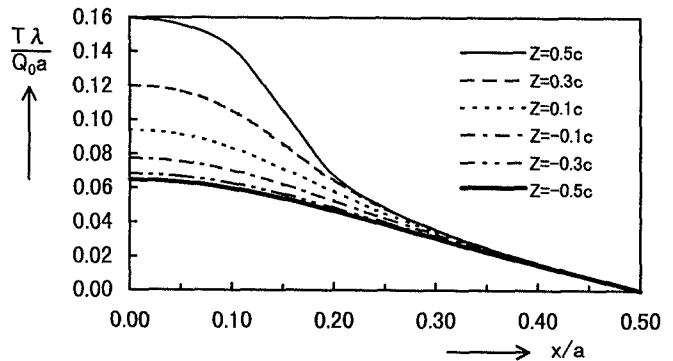


図-3 温度分布
($y=0, b/a=1.0, c/a=1/4$)