

CS-166 グリッド型DEMによる落水方向ベクトルと集水域界の推定法

岐阜大学大学院工学研究科 学生会員 佐藤 嘉則
 岐阜大学流域環境研究センター 正会員 篠田 成郎
 岐阜大学大学院工学研究科 学生会員 都築 克紀

1. 緒言

分布型流出モデルなどを用いた降雨-流出解析を行う際には、流路表現の精度が解析結果の良否に直接的な影響を及ぼす。数値地形モデル (Digital Elevation Model) から河道網を算出する方法としては、等高線 DEM, グリッド型 DEM および三角形網 DEM を用いるやり方があり¹⁾、それぞれ長所・短所を有するものの、最近ではグリッド型 DEM が最も一般的に用いられる傾向にある。これは国土地理院の標高データが矩形メッシュ(250m メッシュや 50m メッシュ) 中央点での値として提供されていることや計算処理の容易さによるものと考えられる。しかしながら、グリッド型 DEM を用いる場合に必ずと言ってよいほど頻繁に発生する非現実的な窪地をいかに処理するかといった問題を解決せねばならず、このために様々な方法が試みられてきている²⁾。こうした窪地は空間的に連続な標高値を離散点での代表値に置き換える操作および流れ方向を 4 または 8 方向に離散化する操作のために発生する。つまり、できるだけ小さなメッシュ標高データを利用したり、流れ方向を任意方向として表現することにより、窪地の発生を抑制できることが期待される。

こうした観点から、本研究では、標高と落水線との関係を Cauchy-Riemann の関係式に基づいて理論的に表現し、矩形メッシュにおける標高データから任意の落水方向を推定する手法を提案する。また、その応用例として、集水域界および集水域面積を算出する方法を示し、従来のグリッド型 DEM による擬河道網から得られる結果と比較する。

2. 落水方向ベクトルの算出法

等高線と落水線との関係は流体力学における等ポテンシャル線と流線との関係に一致するため、速度ポテンシャル (標高) ϕ , 流れ関数 ψ , x および y 方向の流速 u および v の間には、次の Cauchy-Riemann の関係式が成り立つ。

$$u = \partial\phi/\partial x = \partial\psi/\partial y, \quad v = \partial\phi/\partial y = -\partial\psi/\partial x \quad (1)$$

上式から ψ を求めることは ψ に関する Laplace 方程式を解く問題に帰着するが、そのためには ψ に関する境界条件が必要となり、このままでは ψ を求めることができない。しかしながら、流れ関数 ψ の具体的な値が求められなくても、流線 $\psi = \text{const.}$ の接線方向ベクトルがわかれば、落水方向を決めることはできる。この接線ベクトルは基本的には ψ の一階微分として表現されるため、Laplace 方程式を解く際に必要な境界条件は不要となる。すなわち、式 (1) より、流れ関数 $\psi(x, y)$ の x および y 方向の変化率はそれぞれ $-v$ および u として求められるので、 $\psi = \text{const.}$ の方向ベクトルを数値的に決定できることになる。

今、既知標高データが与えられている座標 (x, y) を矩形メッシュ中央点とし、これをグリッド座標 (i, j) として表すとともに、メッシュ境界を $i + \frac{1}{2}$ などとメッシュ半幅で表現することにする。このとき、式 (1) の中心差分から、 $(i, j + \frac{1}{2})$ での x 方向流速および $(i + \frac{1}{2}, j)$ での y 方向流速がそれぞれ次式のように求められる。

$$\bar{u}_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{4\Delta x}(\phi_{i+1,j} - \phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i-1,j+1}), \quad \bar{v}_{i+\frac{1}{2},j} = -\frac{1}{4\Delta y}(\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j-1} + \phi_{i+1,j+1} - \phi_{i+1,j-1}) \quad (2)$$

ここで、図-1 に示すように、 (i, j) での ψ が任意方向 θ に対してどれだけの変化量を持つかについて考えてみる。 (i, j) から単位長さだけ離れた点での変化量を $\Delta\psi$ と定義すると、 $\Delta\psi$ は θ の関数 $\Delta\psi(\theta)$ として図-2 のようになる。今、既知量は、

$$\Delta\psi(0) = \bar{v}_{i+\frac{1}{2},j}, \quad \Delta\psi\left(\frac{\pi}{2}\right) = \bar{u}_{i,j+\frac{1}{2}}, \quad \Delta\psi(\pi) = -\bar{v}_{i-\frac{1}{2},j}, \quad \Delta\psi\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\bar{u}_{i,j-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

の 4 つなので、これらから $\Delta\psi = 0$ となる $\theta = \theta_0$ を求めることができる。すなわち、 $\psi = \text{const.}$ が流線 (落水線) を表すため、 $\psi_{i,j}$ と同一の流れ関数を持つ方向、つまり $\Delta\psi = 0$ となる方向が落水方向となる。たとえば、図-2 において、 $\Delta\psi(\theta_1)$ と $\Delta\psi(\theta_2)$ の間で θ 軸を横切る場合には、線形近似より

$$\theta_0 = \theta_1 - (\theta_2 - \theta_1)\Delta\psi(\theta_1)/\{\Delta\psi(\theta_2) - \Delta\psi(\theta_1)\} \quad (4)$$

として、落水方向 θ_0 が求められる。さらに、この考え方を周囲 8 つのメッシュに適用すれば、より精度の高い落水方向を求める。

図-3 は、国土地理院の 50m メッシュ標高データを用いて得られる木曾川水系飛騨川最上流域における 2km×2km 四方での 10m 間隔の等高線を示す。また、図-4 および図-5 は、それぞれ、250m メッシュおよび 50m メッシュ標高データを基に、流路位置データ (KS-272) を利用した窪地処理³⁾を行って得られる擬河道網である。さらに、図-6 および図-7 は、それぞれ、250m メッシュおよび 50m メッシュ標高データに対して上述の手法 (周囲 8 つのメッシュを利用) を適用して得られる落水方向ベクトルを示す。図-3 を参照しながら図-4 および図-6 と図-5 および図-7 を比較すると、当然の事ながら、250m メッシュよりも 50m メッシュの方が格段に良好な等高線との対応を示しており、流路表現において空間分解能が重要となることが確認できる。一方、図-5 と図-7 を比較すると、任意方向を表現できる図-7 の方が等高線との対応は優れており、細かい部分での相違が各所に見られる。

3. 集水域界の算出

上述の図-5と図-7との相違が集水域界やその面積にどの程度の違いをもたらすのかを検証するために、図-3に示すA、BおよびC点の集水域を例として取り上げる。図-4や図-5に対応する集水域は擬河道網を各点から上流に遡ることにより簡単に決定できるが、図-6や図-7については河道（水みち）としてつながっていないため、これらの図から直接的に集水域を決めることはできない。そこで、任意の落水方向を8方位に離散化する事により擬河道網を作成することにする。ただし、この方法では、尾根筋や谷筋においてメッシュ間の落水線が標高の極値箇所を飛び越える場合が発生してしまう（実際には、落水線が交差する）ため、そうした箇所では落水方向ベクトルを空間的に補間することにより擬河道網を描き、集水域を決定することにする。なお、以下では、図-4および図-5に基づく方法をそれぞれ「方法1」および「方法2」と、図-7の落水方向ベクトルの空間的補間によるものを「方法3」として表すことにする。

図-8はこのようにして得られるA、BおよびC点の集水域界を示し、大部において方法2および方法3はほぼ一致するものの、地形の急峻な部分において顕著な相違が現れてくることがわかる。表-1は各方法による集水域面積を比較したものであり、小さな集水域ほど方法2と方法3との違いが顕著になる傾向が認められる。

4. 結語

本研究で提案した手法の適用性は現地流域における詳細な測量によって検証されるべきであるが、人為的な窪地処理を行うことなく、落水方向や集水域界を決定できることは大きなメリットになると思われる。なお、紙数の都合上、2km×2km四方の領域への適用性しか検討できなかったが、大集水域への適用結果については講演時に示したい。

最後に、データ整理に協力していただいた徳倉建設（株）市川幸宏氏に謝意を表す。

参考文献：1) 高埴琢馬・椎葉充晴・立川康人・大江郁夫：TIN-DEMデータ形式を用いた流域情報システムの開発，水工学論文集，第36巻，1992。2) 陸受皎・小池俊雄・早川典生・市波克洋・石平博：分布型流出解析のための谷（尾根）筋を考慮したグリッド型DEM作成法の開発，水工学論文集，第39巻，1995。

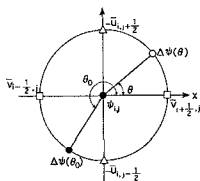


図-1 落水方向ベクトルの定義

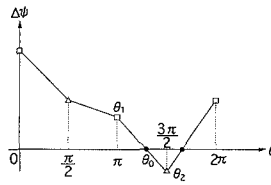


図-2 落水方向θ₀の解



図-3 解析対象領域の等高線

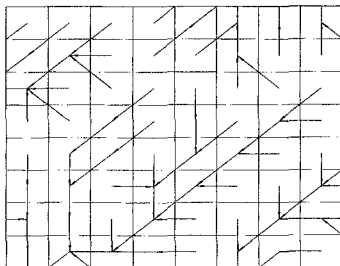


図-4 250m メッシュ標高データによる擬河道網

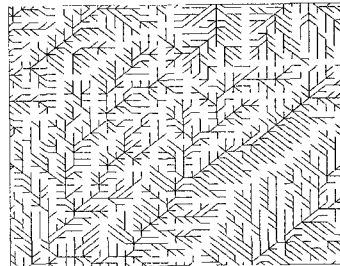


図-5 50m メッシュ標高データによる擬河道網

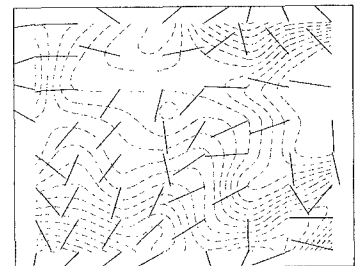


図-6 250m メッシュ標高データによる落水方向ベクトル

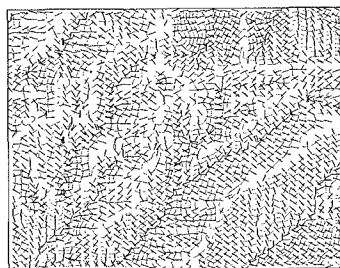


図-7 50m メッシュ標高データによる落水方向ベクトル

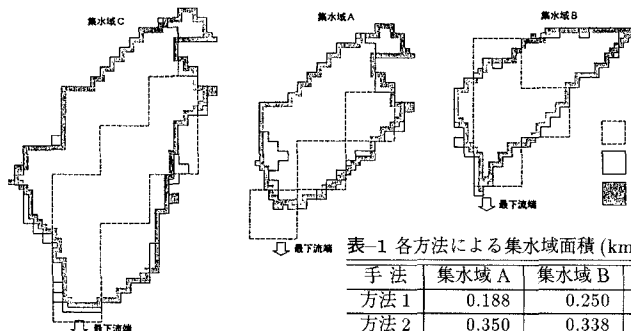


図-8 各方法による集水域の比較

表-1 各方法による集水域面積 (km²) の比較

手法	集水域 A	集水域 B	集水域 C
方法 1	0.188	0.250	0.438
方法 2	0.350	0.338	0.830
方法 3	0.436	0.347	0.851