

CS-21

構造物の非線形動特性のロバスト同定法

京都大学大学院 学生員 竹井賢二
京都大学防災研究所 正 員 佐藤忠信

1. 概説

強い外乱を受けた構造物は、非線形応答に伴う破損等によりその動特性を時々刻々と変化させる。したがって、リアルタイムに構造物の応答を予測・制御するためには、システムの非定常性を考慮する必要がある。本研究では、システム応答の非定常時系列が同定対象となるパラメータに対し非線形関係を示す場合に、動特性の変化に追隨した同定が可能とする手法の開発を行い、その有効性を示した。

2. 漸化型最小二乗法

システムの動特性が時間とともに変動するような時変振動系の同定では、動特性の非定常性を考慮しながら同定ができるアルゴリズムが必要である。しかし、最小二乗法やカルマンフィルターの理論においては、同定値は得られた観測値の全てを満足するような平均的な値となり、動特性の変化に追隨することができない。そこで、現時点の動特性の情報を含んでいない古い観測値の同定結果に及ぼす影響が小さくなるように、過去の観測記録に重み $\beta_{t,i}$ を乗じた以下のような評価関数を考える。

$$J_t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^t \beta_{t,i} \{z_i - H_i f(x_{i-1}, \theta)\}^T R_i^{-1} \{z_i - H_i f(x_{i-1}, \theta)\} \quad (1)$$

ここに、 z 、 x 、 θ はそれぞれ観測、システムの状態、及び構造物の動特性を支配するパラメータのベクトルであり、 H 、 R はそれぞれ既知の観測行列、および残差の重み行列、 f は各時刻の応答の最尤推定値である。ここで用いた重み $\beta_{t,i}$ は $0 < \lambda_i < 1$ の積として以下の式で定義する。

$$\beta_{t,i} = \prod_{j=i+1}^t \lambda_j, \beta_{t,i} = \lambda_i \beta_{t-1,i}, \beta_{t,t} = 1 \quad (2)$$

図1に5.0秒時点での過去の観測値に対する重みを示す。このように、過去の観測値は指数関数的にその価値を減じること、過去の記録の影響を減退させることが可能である。

今、関数 f はパラメータ θ に関して非線形であるから、時間に関して漸化型に展開するために、各時刻について最尤値 θ_i のまわりにテーラー展開する。

$$f(x_{i-1}, \theta) \approx f(x_{i-1}, \theta_i) + L_i(\theta - \theta_i) \quad (3) \quad \text{図1 各時刻の観測値に対する重み (5.0秒時点)}$$

評価関数に上式の関係を代入し、パラメータ θ の漸化式に展開すると以下ようになる。ただし、時刻 t では最尤値は未知であるので、任意の値 $\theta_{t,k}$ のまわりにテーラー展開を行うとする。次式により各時刻に繰返し計算を行い、その収束値を最尤値 $\hat{\theta}_t$ として、同定を進めていく。

$$\Theta_t = \lambda_t \Theta_{t-1} + (H_t L_{t,k})^T R_t^{-1} (H_t L_{t,k}) \quad (4)$$

$$\theta_{t,k+1} = \hat{\theta}_{t-1} + \Theta_t^{-1} (H_t L_{t,k})^T R_t^{-1} \{y_t - H_t f(x_{t-1}, \theta_{t,k}) - (H_t L_{t,k})(\hat{\theta}_{t-1} - \theta_{t,k})\} \quad (5)$$

上式より明らかなように、 λ_t の存在によりパラメータの修正量が小さくなるのを抑えている。また、 λ_t の定義より明らかなように、 λ_t の大きさが過去の観測値を忘却するスピードを決定している。

3. 数値解析

開発したアルゴリズムの有効性を示すために図2に示すような2自由度モデルで解析を行った。復元力特性は次式のようなVERSATILE型の復元力モデルで表されるものとする。

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \alpha_i |\dot{u}_i|^{n_i-1} \dot{z}_i - \beta_i \dot{u}_i |z_i|^{n_i} \quad (6)$$

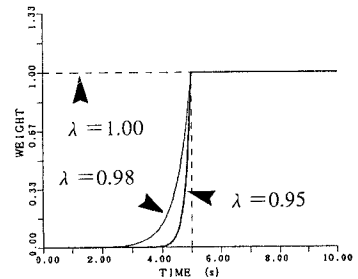


図1 各時刻の観測値に対する重み (5.0秒時点)

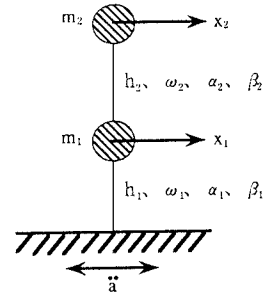


図2 2自由度構造モデル

ここに、 z_i 及び u_i はそれぞれ i 番目の層の復元力及び層間変位である。また、 α_i 、 β_i 及び n_i は、非線形パラメータである。まず、同定精度検証のためにあらかじめパラメータ値を与えて応答計算を行い、標準偏差比で1%のホワイトノイズを付加した図3のような応答変位・応答速度及び応答加速度を観測波形とする。まず、同定を行うにあたり、構造系を応答計算と同じモデルすなわち、VERSATILE型の復元力モデルを仮定した場合の同定の時刻歴を図4に示す。ただし、ここでは減衰定数・固有円振動数の線形パラメータは既往の小地震等により同定済みとして固定し、非線形パラメータのみの同定を行っている。破線が仮定した動特性の変化であるが、ノイズに対して漸化型最小二乗法は敏感なために同定の時刻歴に若干の乱れが見られるものの、非線形パラメータの非定常性の傾向をよくとらえている。

次に、構造系を応答計算を行った際とは異なるモデル、すなわち線形モデルで仮定した場合の同定の時刻歴を図5に示す。このように得られた同定の時刻歴を用いて改めて応答計算を行った場合の再現波形と実際の応答を比較したのが図6である。このように、実際とは異なるモデルを仮定して、同定を行った場合にも、構造系の動特性を精度良く同定できているといえる。

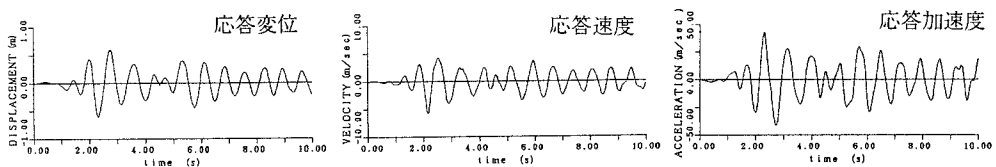


図3 観測波形（2階）

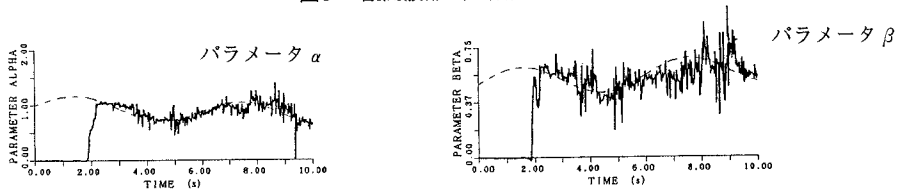
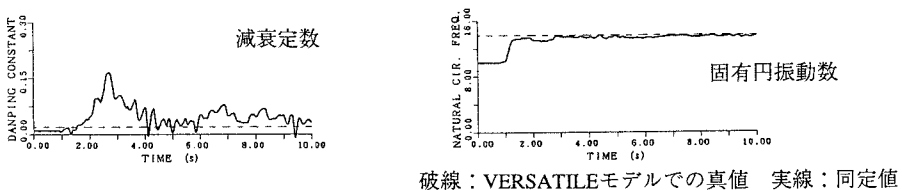
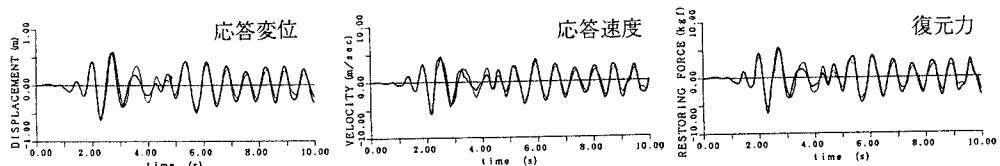
図4 非線形パラメータ値の同定の時刻歴（ $\lambda=0.95$ 、2階） 破線：真値 実線：同定値図5 線形モデルを仮定した場合のパラメータ値同定の時刻歴（ $\lambda=0.95$ 、2階） 破線：VERSATILEモデルでの真値 実線：同定値

図6 線形モデルを仮定した場合の再現波形と実応答の比較（2階） 細実線：実応答 太実線：再現波形

4. 結論

過去の観測値ほど重みを減ずる重み付き漸化型最小二乗法を用いることで、構造系の動特性の非定常性を考慮しながら同定が進めることができた。また、同定の際に近似的にモデルを設定しても、パラメータの非定常性によりモデル化の差異を補い、構造系の応答を再現することができた。

参考文献 1) Ljung L.: Syatem Identification, PRT Prentice Hall, 1987.