

CS-18 逆解析を前提とした最適観測計画決定のための評価指標の一考察

岐阜大学大学院 学生会員 工藤 暢章
岐阜大学 正会員 本城 勇介

1 はじめに

近年、逆解析手法を利用した情報化施工が頻繁に行われるようになった。しかし、パラメータを推定するにあたって計測されるデータは、必ずしも逆解析に適した性質を有しているものとは言えない。

パラメータを推定した上で、危険個所の将来にわたる予測の精度向上を念頭においた観測計画の実施が必要となる。本研究は、線形モデルを用いた例題を通して、逆解析に適した観測計画の決定について、特にその評価指標について検討を行った。

2 逆解析結果の評価指標

観測方程式を

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon \quad (1)$$

とすると、逆解析手法による推定パラメータの信頼性はそれらの分散共分散行列によって得られる。

$$\mathbf{Cov}(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{S}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S})^{-1} \quad (2)$$

ここに $\mathbf{S}$:観測値に対応した計算値 $\mathbf{f}$ (m個)の推定パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ (n個)に関する感度行列:

$$\mathbf{S} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\boldsymbol{\Sigma}$:観測値の分散共分散行列である。

推定パラメータの性質（不安定性、精度）をよくするためには、式(2)で与えられる行列の性質を評価する必要がある、これについて伝統的に次のような評価基準が提案されてきた。

$$\text{D-opt} \quad \min \text{Det}[(\mathbf{S}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S})^{-1}] \quad (4)$$

$$\text{E-opt} \quad \min \lambda_{\max} \quad (5)$$

$$\text{A-opt} \quad \min \text{Trace}(\mathbf{S}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S})^{-1} \quad (6)$$

$$\text{min. c.n.} \quad \min. \text{c.n.} = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} \quad (7)$$

ここに $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$ 行列の最大、最小固有値。

これらの指標は推定パラメータすべてについての包括的な評価指標と考えられる。

以上にあげた評価基準は、すべて推定されるパラメータの信頼性に関する指標であったが、実際、我々が逆解析を行う上で関心があるのは、我々が予測の対

象としている値の信頼性である。これを評価する代表的な指標にG-optがある。

$$\text{G-opt} \quad \min \left[\max \left\{ \text{diag} \mathbf{G} (\mathbf{S}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{S})^{-1} \mathbf{G}' \right\} \right] \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{G}$ は予測しようとする値 $\mathbf{y}_p$ の $\boldsymbol{\theta}$ に関する感度行列で次のように与えられる。

$$\mathbf{y}_p = \mathbf{f}_p(\mathbf{x}_p | \boldsymbol{\theta}) + \mathbf{e}_p \quad (9)$$

$$\mathbf{G} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}_p}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \right) \quad (10)$$

なお、以上の指標は観測方程式が線形の場合は一意的に決定されるが、非線形の場合、観測方程式をテラー展開で線形化して求めるため、その展開される場所によって値が異なることに注意を要する。

3 FEM解析を用いた盛土地盤の解析例

以上に述べた各指標を用いて盛土地盤の諸定数を予測するための観測計画の決定について検討を行った。

3-1 問題の説明

図1に示すような盛土下の3層からなる地盤の各々のヤング係数を求め、さらに盛土載荷開始から100日後の観測値の予測を行う。この解析では、ポアソン比と透水係数は所与とした。観測項目は地中水平変位、沈下量、間隙水圧である。なお、観測値はFEM解析解とし、あらかじめ載荷後100日程度で圧密が90%以上終了するようにパラメータを割り当てている。載荷開始後10日までは線形的に荷重を増加させ、のちに一定荷重とする。観測は一定載荷期に5日おきに行い、載荷開始後80日まで、計15回行う。

3-2 解析ケース

本解析の目的は観測における観測数、観測位置、および観測項目の違いによる推定パラメータ、観測値の予測精度の特性を式(4)～式(8)に挙げた各指標を用いて把握することである。この目的に従い、以下の2ケースについてそれぞれ数値解析を行った。

(1)Case1:観測数による推定パラメータの精度の違い
観測数の違いにより以下の3つの観測計画について解析を行った。

Case11:地盤表層面の沈下 7箇所

Case12:Case11+盛土中心における各層別沈下 計10箇所

Case13:Case12+盛土法尻端部の地中水平変位 計30箇所

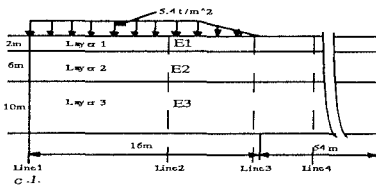


図-1 解析モデル

なお地中水平変位の観測点は傾斜計の性質上、深さ方向の全節点に配置するものとする。また各観測項目に対する分散は変動係数を一定として与えている。

(2) Case2: 観測位置と観測項目

Case12で設置した観測機器に加え、さらに観測機器を追加するべく位置について地盤の深さ方向にLine1～Line4を設けそれぞれの観測項目について解析を行った(表1)。

表-1 解析ケース Case2

	水平変位	鉛直変位	間隙水圧
Line1			
Line2	Case22x	Case22y	Case22p
Line3	Case23x	Case23y	Case23p
Line4	Case24x	Case24y	Case24p

Line1: 盛土センター
Line2: 盛土センターより10m付近
Line3: 盛土法瓦端部
Line4: 盛土法瓦端部より外側へ4m付近

3-3 解析結果と考察

Case1

図2にCase11, Case12, Case13で得られた、D-opt(式(4))の値を示す。これより、観測点が多いほど推定パラメータの全体的な信頼性がかなり向上しているのが分かる。この傾向は他の指標(E-opt, A-opt, min. c.n., G-opt)において同様な傾向を示した。

図3(a), (b), (c)に推定パラメータの分散値から計算された各層のヤング係数の変動係数を示す。最も変形の大きい第1層の変動係数が他の層の中で最も大きくなっている。

Case2

図4(a), (b), (c)にLine1～Line4における地中水平変位、沈下量、間隙水圧をそれぞれ観測した場合のD-optの値を示す。これより、D-optが最も小さかったのは観測項目が地中水平変位の場合はLine3(Case23x)であり、観測項目が沈下量の場合はLine2(Case22y)であった。間隙水圧を観測した場合は計測位置による違いはほとんど見られなかった。

図5(a), (b), (c)にLine1～Line4における典型的な観測値(地中水平変位、沈下量、間隙水圧)を示す。これより、観測項目が地中水平変位の場合はD-optが最も小さかったLine3における変位が他のLineに比し、最も大きく、沈下量の場合は同様にLine2の変位が最も大きかった。間隙水圧の各Lineにおける違いが、D-optの結果に反映されなかったのは、推定パラメータであるヤング定数の変化に対して、間隙水圧の感度が鈍

感であったためと思われる。

最終的に求められる、載荷開始後100日後の観測値に関する予測精度(G-opt)は式(8)に示されるように前述した各ケースで得られた傾向と同一であった。

4 結論

今回用いた指標を用いることにより、観測数、観測位置、観測項目の違いがパラメータの推定に影響を与えることがわかり、最適観測計画決定のうえで有用な評価指標と考えられる。

参考文献

- David M. Steinberg and William G. Hunter; Experimental Design: Review and Comment, TECHNOMETRICS Vol. 26, No. 2 May, 1984
- 工藤暢章、本城勇介; 逆解析を前提とした観測計画の評価指標に関する考察 第31回地盤工学研究発表会 Jul. 1996

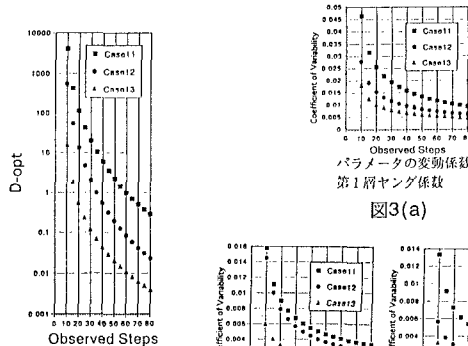


図3(a)

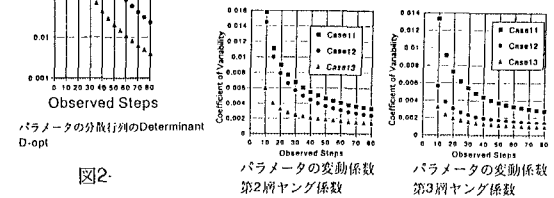


図3(b)

図3(c)

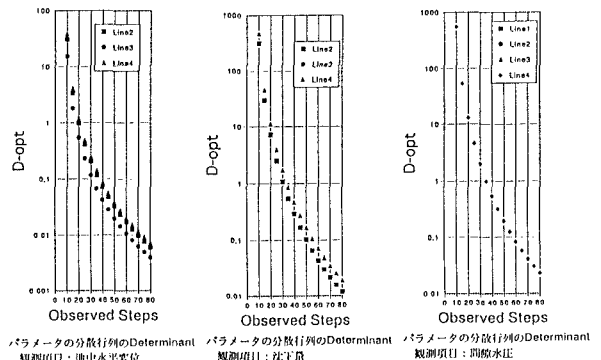


図4(a)

図4(b)

図4(c)

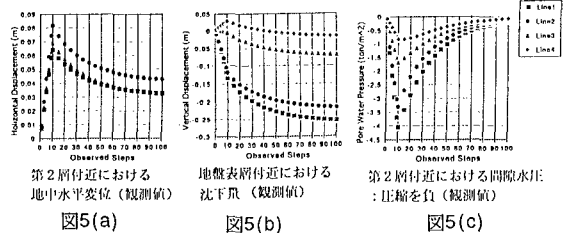


図5(a)

図5(b)

図5(c)