

CS-7

逆解析におけるアルゴリズムの安定性向上に関する研究

東京電機大学理工学部 学生会員 渡辺 規明

同上 正会員 松井 邦人

西松建設 安部 芳久

1. はじめに

Gauss-Newton法を用いて逆解析を行う場合、正規方程式の係数マトリックスが特異に近くなり、計算が不安定になる。そこで、未知パラメータの無次元化を行い、このマトリックスの条件数を減少させる。さらに測定データの有効数字を考慮した解析が必要であると考える、その検討を行っている。

2. 構造モデル

図-1に示す舗装構造モデルに衝撃荷重を加え、表面たわみを測定するFWD（Falling Weight Deflectometer）試験に注目し、測定された表面たわみより、逆解析を用いて各層の弾性係数や減衰係数を推定する。

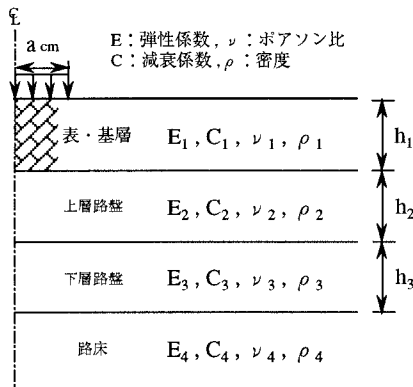


図-1 舗装構造モデル

3. 数値シミュレーション

図-1の物性値を表-1のように想定し、この舗装構造に荷重が作用した場合に生じるたわみを、軸対象有限要素法を用いて求め、このたわみを測定たわみと仮定しシミュレーションを行った。

3.1 無次元化と条件数

以下の条件のもとでシミュレーションを行った。

a. 無次元化しない場合、b. 無次元化した場合

表-2から明らかなように未知パラメータを無次元化することで条件数を大幅に減少させることができた。

3.2 閾値設定の効果

正規方程式を解く場合、係数マトリックスの条件数は計算の安定性を表す尺度であり、丸め誤差が解の誤

表-1 シミュレーションに用いた物性値

	E (kgf/cm ²)	C (kgf · s/cm)	ν	ρ (gf/cm ³)
表・基層	50000	25	0.35	2.3
上層路盤	5000	2.5	0.35	1.9
下層路盤	1500	0.75	0.35	1.9
路床	800	0.4	0.35	1.8

表-2 繰返し計算過程の条件数の変動

	1	2	...	14	15
無次元化 無	4.69E+11	4.61E+11	...	3.73E+11	3.60E+11
無次元化 有	5.05E+5	5.21E+5	...	4.69E+5	4.55E+5

表-3 有効数字と誤差許容限界値の関係

単位 (C : kgf · s/cm, E : kgf/cm²)

有効数字	誤差許容限界値	C1	C2	C3	C4	E1	E2	E3	E4
5	10 ⁻¹⁴	25.689	2.4346	0.75295	0.39789	49941.0	5005.6	1499.4	800.55
	10 ⁻⁶	25.689	2.4346	0.75295	0.39789	49941.0	5005.6	1499.4	800.55
	10 ⁻⁵	25.035	2.5014	0.74926	0.39823	50008.0	5000.7	1499.1	800.52
	10 ⁻⁴	25.029	2.5010	0.74957	0.39823	50020.0	4997.9	1499.7	800.54
2	10 ⁻¹⁴	35.820	2.3890	0.90707	0.38970	47781.0	5194.2	1531.8	801.33
	10 ⁻³	24.949	2.4854	0.74270	0.39885	48391.0	4838.0	1557.7	797.41
	10 ⁻²	24.852	2.4778	0.74029	0.40682	49632.0	4931.4	1487.2	803.83
	10 ⁻¹	26.850	2.6340	0.76010	0.39418	49490.0	4928.0	1470.2	815.26

差として拡大される程度を表している¹⁾²⁾。条件数とは最大特異値/最小特異値で与えられる。条件数が大きいことは、正規方程式の係数マトリックスが特異に近いことを意味している。測定値に含まれる誤差の影響を軽減するため小さな特異値を切り捨てマトリックスのランクを下げる必要がある。このときの閾値を最大特異値 $\times 10^{-\alpha}$ で求める。 α の値を変化させ逆解析を行い、条件a,bにおいてのたわみの有効数字と閾値の関係の調べた。bの条件下で推定された層弾性係数と減衰係数を表-3に示す。また、表中の網掛け部分は最も真値に近い値を示している。

次に、閾値設定の効果とその適切な値を考察した。たわみの桁数をFWD試験で計測できる桁数(μm)にあわせ、 $10^{-\alpha}$ を変化させて逆解析を行った。その結果を図-2.a,bに示す。それぞれの $10^{-\alpha}$ に使用した特異値の数を表-4.a,bに示した。

結果として、未知パラメータの無次元化を行い、適切な閾値を設定することで収束が安定し、収束するまでの計算回数が減少することがわかった。

4. 実測データを用いた逆解析

1991年に建設省土木研究所で行われたFWD試験により、測定されたデータを用いて逆解析を行った。3.2と同様の条件で逆解析を行い閾値の影響を調べた。評価関数と $10^{-\alpha}$ との関係を図-3に示す。この図より適切な $10^{-\alpha}$ を用いると急激に評価関数が小さくなることが明らかである。また、数値シミュレーションにより適切な閾値の設定は、特異値を2、3個切り落とすことが目安と考えられる。そこで、そのような条件を満たす誤差許容限界値($10^{-5} \sim 10^{-3}$)に着目すると、その範囲では逆解析結果が安定していることが判った。

5. まとめ

- 1) シミュレーションでは閾値の設定により、切り捨てられる特異値の数に関わらず収束する。
- 2) シミュレーションにおいてパラメータの無次元化を行うと無次元化しない場合と比べ、真値(想定した物性値)に近い結果が得られる。
- 3) 実測データに関しては、パラメータの無次元化を行うことが必要不可欠である。
- 4) 実測データの場合、 $10^{-\alpha}$ が $10^{-5} \sim 10^{-3}$ の範囲では、安定した収束が得られ、評価関数も小さくなる。

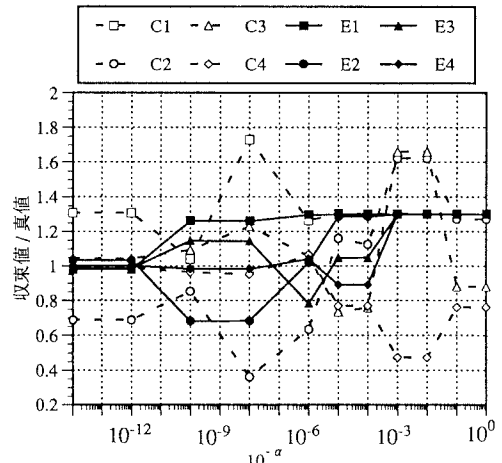


図-2.a 各パラメータと $10^{-\alpha}$ の関係

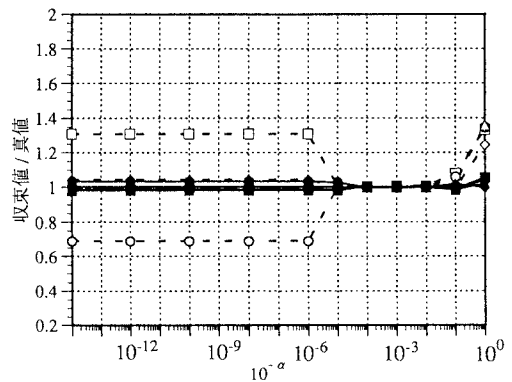


図-2.b 各パラメータと $10^{-\alpha}$ の関係

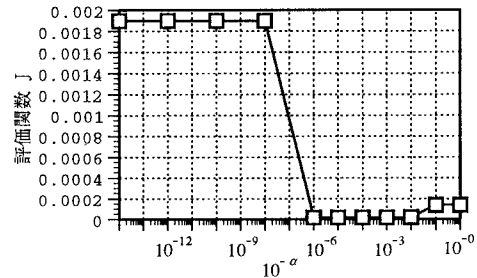


図-3 評価関数と $10^{-\alpha}$ の関係

表-5 特異値の数と α の関係

α	-14	-12	-10	-8	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
使用した特異値の数	8	8	8	8or7	7or6	6	6or5	5	3	1	1

参考文献

- 1) 中村 徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析、東京大学出版会 1975
- 3) 森 正武：計算機のための数値計算法、日本コンピュータ協会 1978