

CS-5

非線形構造システム方程式の同定

京都大学大学院 学生員 菊川雅士
京都大学防災研究所 正 員 佐藤忠信

1. 概説

構造物を構成する部材は変形量が大きくなると、ひずみと応力の線形関係がなくなり非線形領域へと移行する。従って、強い地震や風などの自然外力に対し構造物は非線形な応答を示す。このようなことを考慮し、対象となる構造物が非線形な動特性を持つ場合の同定を行うことが必要である。本研究では非線形な復元力特性を持つ構造物モデルを考え、その履歴形状を支配するパラメーター及び、系を支配している運動方程式の同定を行い、応答の再現を行う。復元力特性としてVERSATILE型の復元力モデルを用い、同定を行う際用いる手法としては、学習則としてカルマンフィルターを適用したニューラルネットワーク理論を用いている。

2. 解析手法

非線形多自由度モデルにおける運動方程式は一般に次式で表現される。

$$m_i(\ddot{x}_i + \ddot{X}_0) + c_i \dot{u}_i + z_i - (1 - \delta_{in})(c_{i+1} \dot{u}_{i+1} + z_{i+1}) = 0 \quad (1)$$

ここに、 x_i は地面に対する質点 i の相対変位、 u_i は質点 i と質点 $i-1$ 間の層間変位であり、 $u_i = x_i - x_{i-1}$ で表され、 $i=0$ のとき $x_0=0$ とする。 δ_{in} はクロネッカーのデルタであり、 $i=n$ のときのみ値1を持ち、それ以外では0となる。また、 z_i は質点 i と質点 $i-1$ 間のバネの非線形復元力であり、次式のVERSATILE型モデルで表現できるものとする。

$$\dot{z}_i = -\alpha_i |\dot{u}_i| |z_i|^{n-1} z_i - \beta_i \dot{u}_i |z_i|^n + k_i \dot{u}_i \quad (2)$$

α_i 、 β_i 、 k_i 、及び n_i は履歴形状を支配するパラメーターである。式(2)を復元力の漸化式と考え、質点 i と質点 $i-1$ 間のバネの非線形復元力 z_i について解くと式(3)のようになる。

$$z_i + c_i \dot{u}_i = -\sum_{j=1}^n m_j (\ddot{x}_j + \ddot{X}_0) \quad (3)$$

従って、観測値として各質点の加速度応答 $\ddot{x}_i$ 、速度応答 $\dot{u}_i$ （それぞれ $i=1 \sim n$ ）、及び地動加速度 $\ddot{X}_0$ が得られたとき、質量 m_i （ $i=1 \sim n$ ）を既知とすれば式(3)を用いて $z_i + c_i \dot{u}_i$ が観測値として得られる。しかし、復元力 z_i を支配している方程式（式(2)）は z_i に関して与えられているので式(2)を $\dot{z}_{i(t)} = f(t, \dot{u}_{i(t)}, z_{i(t)})$ と表現しなおして積分を行えば式(3)は次式のように書き直せる。

$$z_{i(t)} + c_i \dot{u}_{i(t)} = -\alpha_i \left\{ \Delta t / 2 \left(|\dot{u}_{i(t)}| |z_{i(t)}|^{n-1} \cdot z_{i(t)} + |\dot{u}_{i(t-1)}| |z_{i(t-1)}|^{n-1} \cdot z_{i(t-1)} \right) \right\} - \beta_i \left\{ \Delta t / 2 \left(\dot{u}_{i(t)} |z_{i(t)}|^n + \dot{u}_{i(t-1)} |z_{i(t-1)}|^n \right) \right\} + k_i \left\{ \Delta t / 2 \left(\dot{u}_{i(t)} + \dot{u}_{i(t-1)} \right) \right\} + \left\{ z_{i(t-1)} \right\} + c_i \left\{ \dot{u}_{i(t)} \right\} \quad (4)$$

式(4)の左辺を y_i 、右辺の $\{ \}$ の項を各々 $x_{i1} \sim x_{i5}$ とおくと式(4)は非線形パラメーターを未知数とする次のような線形観測方程式に書き直せる。

$$y_i = -\alpha_i x_{i1} - \beta_i x_{i2} + k_i x_{i3} + 1 \cdot x_{i4} + c_i x_{i5} \quad (5)$$

ここで、

$$y_i = \sum_{j=1}^5 W_{ij} x_{ij} \quad (6)$$

と一般化し、 α_i 、 β_i 、 k_i 、1、及び c_i をニューラルネットワークの重みとして同定する。図1が同定に用いたニューラルネットワークモデルであるが、ニューラルネットワークでは累乗を扱うことが困難である。従って、本研究ではあらかじめ n_i を与えて同定を行っている。また、同定に際しカルマンフイ

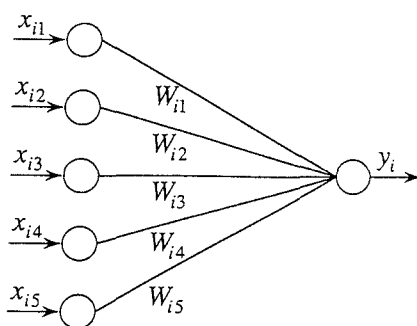


図1 ニューラルネットワークモデル

ルターを学習則として適用したニューラルネットワークを用いており、その学習アルゴリズムを以下に示す。

- (1) 時刻 t の設定
- (2) 重み係数ベクトルの推定値の計算
- (3) 推定誤差の共分散マトリックスの計算
- (4) カルマンゲインの計算
- (5) 重み係数ベクトルの更新
- (6) 推定誤差の共分散マトリックスの更新
- (7) 時刻を $t+1$ に更新し手順 (2) にもどる。

$$\begin{aligned} W_{t/t-1} &= IW_{t-1} \\ P_{t/t-1} &= IP_{t-1} \\ K_t &= P_{t/t-1} H_t^T (H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t)^{-1} \\ W_t &= W_{t/t-1} + K_t (y_t - H_t W_{t/t-1}) \\ P_t &= P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1} \end{aligned}$$

H_t 、 y_t は教師信号、 W_t は重み係数ベクトル、 P_t は重み係数の推定誤差の共分散、 R_t は測定誤差の共分散である。

3. 解析結果及び考察

図2のような非線形2自由度モデルについてEl Centro地震観測記録を25galに修正したものを入力波形として与え、Runge Kutta法を用いて順解析による応答計算を行い、得られた結果を観測値としてニューラルネットワークに与え同定を行った。各時刻の重み係数の同定値のみより数値積分を行い応答を再現すると、重み係数は収束するにも関わらず応答を必ずしも十分に再現できない。これは、学習の初期の段階において重み係数が真値とかけはなれた値を取り、それを用いて積分計算を行ってしまっているため、実際の応答とは違った予測値を得、その予測値を用いて次ステップの応答を予測するために誤差が累積するものと考えられる。そこで、1ステップ前の応答として観測値を与え応答の再現を行った。図3は観測値、図4はその再現応答である。それぞれ1階と2階の変位応答、速度応答、及び履歴曲線であるが、よく再現されている。

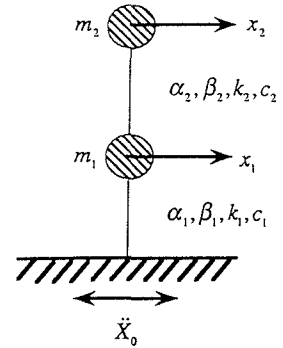


図2 非線形2自由度モデル

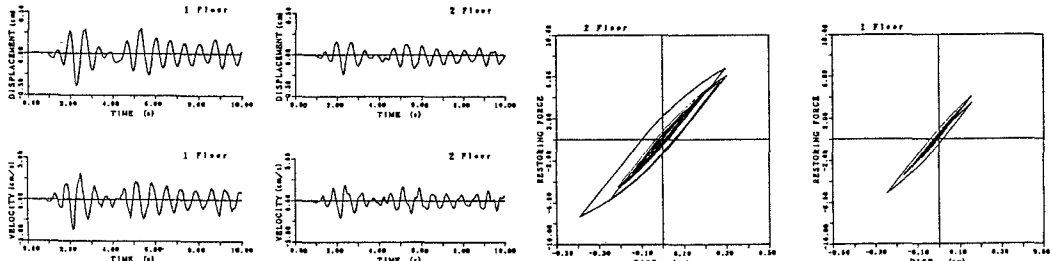


図3 観測波形及び履歴曲線

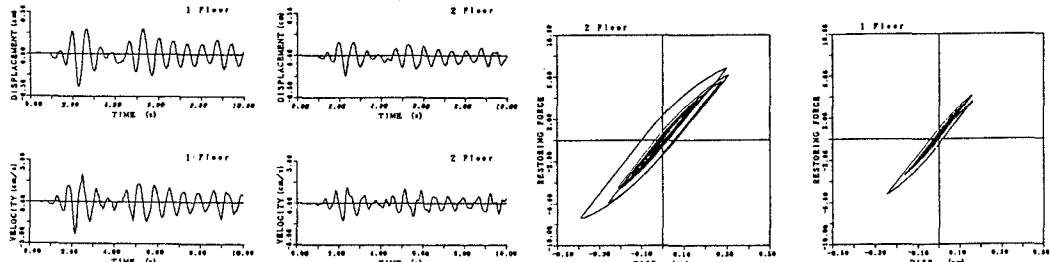


図4 再現波形及び履歴曲線

4. 結論

非線形多自由度モデルにおいて、ニューラルネットワーク理論を用いて復元力特性を支配するパラメーターを同定し、その応答を再現することができた。