CS-2　空間分布の逆解析に関する基礎的研究

東電設計　正会員　豊田耕一　正会員　吉田郁政

1．はじめに

従来の逆解析では、物性値の層境界は既知として物性値そのものを求めることが多かった。本研究では、物性値だけでなくその空間的な分布の逆解析を試みた。その方法は、物性値の分布をある関数を用いて近似することで表現し、その分布形状を規定するパラメタを逆解析するというものである。この報告では、その基本的な考え方とＦＥＭを用いた簡単な数値計算例を示す。

2．分布式の定義

物性値の分布形状を表す関数について、最初に１次元の分布式を考える。分布式は、1)１次導関数が連続（滑らかさ）、2)必ず０から１の範囲の値となる（安定性）を満たすように定めた。まず、式(1)および図-1(a)に示す双曲線を定義する。

$$f(x,C)=\begin{cases}\dfrac{Q}{Q-1}-\dfrac{Q}{x(Q-1)^2+(Q-1)} & (C\neq 0.5)\\ x & (C=0.5)\end{cases} \quad (1)$$

ここで、$Q=1/C-1$

式(1)において、x は $0\leqq x\leqq 1$ の範囲の値とし、その時 $f(x,C)$ は $0\leqq f(x,C)\leqq 1$ となる。C は双曲線の形状を規定するパラメタであり、図-1(a)に示すように $x=C$ の時 $f(x,C)=0.5$ となる。C も０から１の範囲のパラメタとなり、$C=0.5$ の時直線とする。次に、$f(x,C)$ を２つ組み合わせて、式(2)および図-1(b)に示す関数を定義する。

$$g(x,C)=\begin{cases} f(2x,\quad C/2)/2 & (0.0\leq x\leq 0.5)\\ f(2x-1,\quad 1-C/2)/2+0.5 & (0.5< x\leq 1.0)\end{cases} \quad (2)$$

$f(x,C)$ を２つ組み合わせることにより、式(2)は(0.5,0.5)を中心とした点対称の曲線となる。更に、$g(x,C)$ の x に $f(x,C)$ を代入して、式(3)および図-1(c)に示す関数を定義する。

$$h(x,A,B)=\begin{cases} g(2\cdot f(x,B),\quad A/2)/2 & (0.0\leq x\leq 0.5)\\ g(2\cdot f(x,B)-1,\quad 1-A/2)/2+0.5 & (0.5< x\leq 1.0)\end{cases} \quad (3)$$

式(3)において、分布式 $h(x,A,B)$ の A は曲線の形状を、B は $h(x,A,B)=0.5$ となる点を示すパラメタである。A または B を変化させることにより、図-2 に示す様な分布形状を表現することができる。最終的に、１次元に分布する物性値 Z を式(4)を用いて図-3 に示すように定義する。

$$Z=Z_1+h(x,A,B)\cdot(Z_2-Z_1) \quad (4)$$

逆解析においては、式(4)の Z_1, Z_2, A, B を未知パラメタとする。

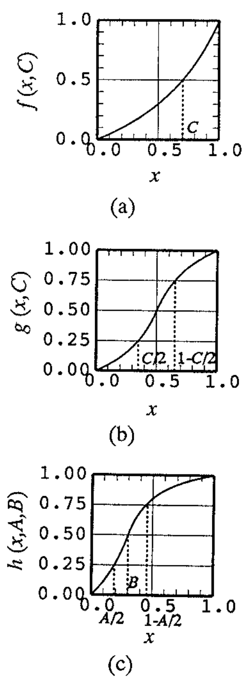


図-1　１次元の分布式の定義

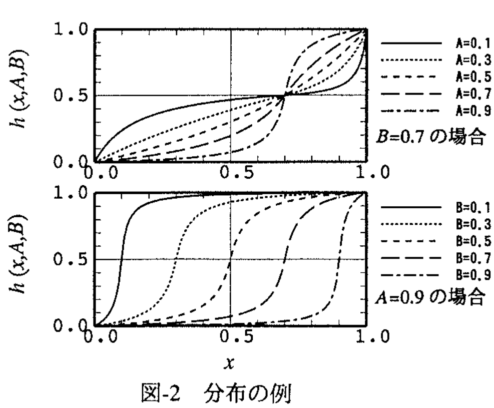


図-2　分布の例

次に、図-4 に示すような任意の四角形領域で、各点の物性値（Z_{11}, Z_{12}, Z_{22}, Z_{21}）と各辺の分布式のパラメタ｛（A_{11},B_{11}），（A_{12},B_{12}），（A_{22},B_{22}），（A_{21},B_{21}）｝を設定し、領域内の任意点における物性値 Z を内挿により求められるように、２次元に拡張した。

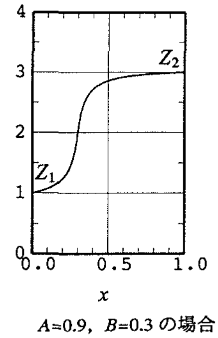


図-3　物性値 Z の分布

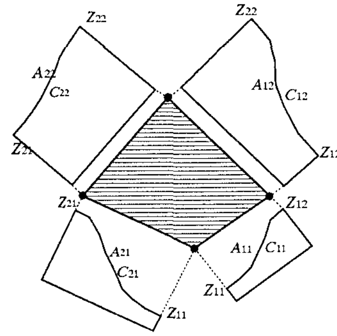
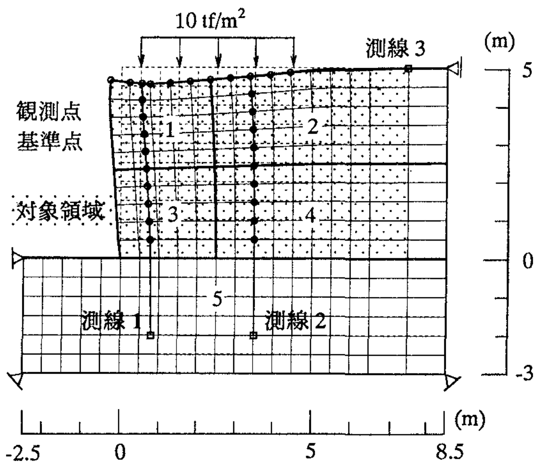


図-4　分布式の２次元への拡張

３．数値計算例

図-5 に観測量を求めるための順解析モデルを示す。明確な層境界を有するモデルあり、上端に分布荷重が作用している。以降、これを「真のモデル」と呼ぶこととする。測線１，２では基準点と観測点の水平相対変位が、測線３では鉛直相対変位が得られるものとした。まず、順解析を行い、各観測点で得られる計算変位を求めた。それを観測量として用い、図中における対象領域のヤング率の空間分布を求める逆解析を行った。逆解析には、参考文献(1)の手法を用いた。未知パラメタは、図-5 に示した対象領域の４角のヤング率と４辺の分布形状を規定する２つのパラメタとし、全部で 12 個となる（図-4 参照）。以降、このモデルを「逆解析モデル」と呼ぶこととする。逆解析を行うに当たって、図-6 に示す分布を初期値とした。図-6 にはその時の各未知パラメタの値も示した。逆解析を行った結果、図-7 に示す分布形状が得られた。図-7 には、その時の未知パラメタの値も示した。逆解析モデルにより求められたヤング率の空間分布は、真のモデルの特徴を良好に再現しており、層境界も明確に表現されている。以上により、提案した空間分布の逆解析手法の有効性が示された。今後は、実測データを用いた検討を行う予定である。



E_1=100, E_2=500, E_3=300, E_4=1000, E_5=1.0×10^4(tf/m^2)
$\nu_1=\nu_2=\nu_3=\nu_4=\nu_5$=0.4

図-5　解析モデル

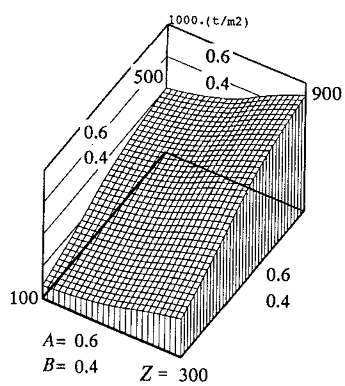


図-6　逆解析モデルの初期分布形状

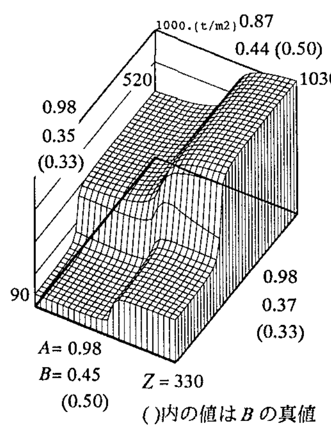


図-7　逆解析モデルで得られた分布形状

参考文献

(1)吉田・豊田・星谷：２次元ＦＥＭを用いた確率論に基づく逆解析の定式化とその解法，土木学会論文集，No.507，pp.129-136，1995