

VI-31

公共調達システムに関するゲーム論的一考察

京都大学 学生員 太田 勝久
岐阜大学 正 員 上田 孝行

1. はじめに

わが国の公共工事は、年間約50万件程度も発注されている。そのために、公共調達システムとりわけ、入札システムの適正化が極めて重要である。入札自体を取り扱った過去の研究の多くは、精神論・文化論や個人的体験をもとにした情緒的レベルでの議論が少なくない。したがって、入札システムを客観的に分析し、それを評価できる手法が必要である。

そこで、本研究では公共調達システムについての基本的モデルを示し、そのシステムが有する基礎的な特性について考察する。

2. 入札システムモデルの構築¹⁾

2.1 入札の行われる状況の想定

本論文では、1つの単独 (One Shot) の公共工事の入札の場面を考える。建設される社会基盤施設の規模・質等々の仕様その他の条件は、発注者によってすでに決定されているとする。

潜在的入札参加者（企業） i が有している技術力 (θ_i) は、ある確率密度分布 ($f(\theta_i)$) にしたがって分布し、その分布型はすべての入札参加者と発注者に知られている。ただし、個々の入札参加者が真に有している技術力は、自らが知っており、他の発注者は知ることができない（不完備情報ゲーム）。

2.2 入札参加者の期待利潤最大化行動

各入札参加者は、発注者が示した「（落札者）決定ルール」と「予定価格」のもとで、他の入札者の入札価格について配慮しながら、自らの期待利潤が最大になるように入札価格を決定する。ただし、参加企業は入札参加費用を負担するものとする。

入札者の期待利潤最大化行動を、数理最適化問題として定式化を行う。このとき、入札価格は入札価格関数を通して表現され、直接的に入札価格関数を制御変数とするのではなく、入札価格関数に反映される技術力 ($\tilde{\theta}_i$) を制御変数とする。

$$\Pi(\theta_i) = \max_{\tilde{\theta}_i} E_{m_{-i}} \left\{ z_i(\tilde{\theta}_i, \theta_i, m_{-i}) \cdot \pi(\tilde{\theta}_i, \theta_i, m_{-i}) \right\} - g \quad (1)$$

$$\pi(\tilde{\theta}_i, \theta_i, m_{-i}) = t_i(m_1, \dots, m_{i-1}, m(\tilde{\theta}_i), m_{i+1}, \dots, m_i) - c(q)$$

$t_i = t_i(m_1, \dots, m_{i-1}, m_i)$: 各入札参加者が出した入札価格の組み合わせに対して入札者 i が落札した場合に受け取る工事代金を対応させる関数

$z_i = z_i(m_1, \dots, m_{i-1}, m_i)$: 同様に各入札者 i が落札する確率を対応させる関数

q : 企業 i の真の技術力水準を表す変数。ただし $\tilde{\theta}_i$ は真の技術力とは限らない、 m_i : 入札価格関数、 g : 入札参加費用、 $E_x(\cdot)$: 確率変数 X に関する期待値オペレータ、 $c(q)$: 工事費用を表す関数、 I : 入札参加企業数

このようなゲームの均衡概念として Bayesian-Nash 均衡が用いられる。また、 $\tilde{\theta}_i = \theta_i$ のとき期待利潤が最大になる、すなわち入札価格に真の技術力を反映させることが最適になる Truth Telling の条件より企業の期待利潤について次式が成り立つ。

$$\Pi(\theta_i) = - \int_{\theta_i}^{\theta_i} c'(s) Z(s) ds \quad (2.a)$$

$$Z(\theta_i) = E_{\theta_{-i}} \left\{ z_i(m(\theta_1), \dots, m(\theta_i), \dots, m(\theta_I)) \right\} \quad (2.b)$$

2.3 期待社会的余剰の最大化

本論文では、単独の事業についての社会的な望ましさを尺度として、社会的余剰の期待値を採用する。

入札参加企業がとり得る技術力の確率分布にしたがって期待値をとり、それを社会的厚生とする。「決定ルール」は個人合理性条件と呼ばれる入札に参加する企業の期待利潤が正であるという制約 ((3.b) の第1式) のもとに、期待社会的余剰を最大にすることで求められる。また、このルールは、Bayesian-Nash 均衡における Truth Telling の性質が反映したものになる。

発注者は、各入札参加者から提示される入札価格が、それぞれの技術力の単調減少関数となるという条件を満たし、かつ、当該プロジェクトによる社会的余剰が最大となるように、「決定ルール」の設計と「予定価格」の決定を行う。すなわち、この入札ゲームは入札者のとる行動の結果を知った上で発注者が最適化を図るという意味で Stackelberg game によって表現できる。

$$S = \max_{\substack{t_i(\cdot), z_i(\cdot) \\ \text{for all } i}} E_{\theta} (W(\theta)) - Ig \quad (3.a)$$

$$s.t. \quad \Pi(\theta_i) \geq 0, z_i(\theta) \geq 0 \text{ (for all } i \in \mathbf{I}), \sum_{i \in \mathbf{I}} z_i(\theta) \leq 1 \quad (3. b)$$

$$W(\theta) = \sum_{i \in \mathbf{I}} z_i(\theta) \cdot \{B - \lambda \cdot t_i(\theta, \theta_i) - c(\theta_i)\} \quad (3. c)$$

B : 整備された施設による社会的粗便益、

λ : 工事代金の支払いに伴う社会的費用の割合を表す係数
期待値オペレータを用いて (3. c) より期待社会的余剰を以下のように書き改める。

$$E_\theta(W(\theta)) = E_\theta \left(\sum_{i \in \mathbf{I}} z_i(\theta) \right) \cdot B - \lambda \cdot \sum_{i \in \mathbf{I}} E_\theta \{ \Pi(\theta_i) \} - (1 + \lambda) \cdot \sum_{i \in \mathbf{I}} E_\theta \{ z_i(\theta) \cdot c(\theta_i) \} - \lambda Ig \quad (4)$$

最低価格の入札者をその価格で落札者とするルールは一般に自明ではなく、(3)の問題の解として導出される。

$$t_i(\theta) = m(\theta_i) \quad \text{if } m(\theta_i) < \min_{i \in \mathbf{I}} \{m(\theta_i), m(\theta^*)\} \quad (5. a)$$

$$t_i(\theta) = 0 \quad \text{if } m(\theta_i) > \min_{i \in \mathbf{I}} \{m(\theta_i), m(\theta^*)\} \quad (5. b)$$

$m(\theta^*)$: 予定価格、 θ^* : 予定価格に対応した入札価格を提示する参加者の技術水準

以上のようなルールによる入札システムの採用により、入札価格関数、期待社会的余剰は次のように表される。

$$m(\theta_i) = c(\theta_i) + \frac{1}{F(\theta_i)^{I-1}} \left\{ s - \int_{\theta^*}^{\theta_i} \left(\frac{dc(s)}{ds} \cdot F(s)^{I-1} \right) ds \right\} \quad (6)$$

$$S = \int_{\theta^*}^{\bar{\theta}} \left\{ B + \lambda \cdot H(s) \cdot c(s) - (1 + \lambda) \cdot c(s) \right\} F(s)^{I-1} f(s) ds - (1 + \lambda) \cdot Ig \quad (7)$$

ただし、ここで $H(\theta_i) = (1 - F(\theta_i))/f(\theta_i)$ 、 $F(\theta)$: 技術力の累積分布関数。

3. 事例研究

本研究において構築したモデルより、モデルの妥当性、適用可能性を検討するため費用関数、入札参加企業の技術力分布を仮定し、パラメータ群を外生的に与える。そのとき、予定価格と入札参加企業数が期待社会的余剰に与える影響について考察する。

I. 入札参加企業数の期待社会的余剰への影響

入札参加費用に依存しない期待社会的余剰 $S|_{g=0}$ ((7)の第一項)と総入札参加費用 $(1 + \lambda)Ig$ ((7)の第二項)の差が、期待社会的余剰 S である。その差が最大となる参加者数の最適水準が存在する。それ以上増すと社会的厚生は低下する。

II. 予定価格の期待社会的余剰への影響

図2より、真の技術力の範囲内において、予定価格に対応する技術水準を変化させると、社会的余剰を最大にする技術水準が存在する。すなわち、期待社会的余剰を最大にする予定価格 $m(\theta^*)$ が存在することがわかる。

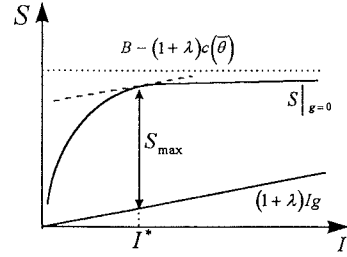


図1 期待社会的余剰と入札参加者

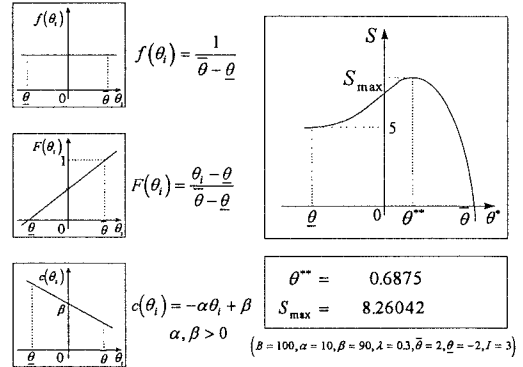


図2 期待社会的余剰と予定価格（技術水準で表示）

4. おわりに

本研究では、予定価格と入札参加企業数が期待社会的余剰を尺度として用いた場合、社会的厚生に及ぼす影響として次のような結果が得られた。

1) 予定価格の設定の仕方によって期待社会的余剰を最大にする最適水準が存在するため、適切に設定しないと社会的厚生は低下する。

2) 入札参加企業数は入札参加費用が社会的余剰に反映されている限りは、それを増大させることは必ずしも社会的厚生を高めない。

また、今後の課題として次のようなことがいえる。

1) 複数工事への入札参加を取り扱うモデルへ拡張。また、談合の発生を協力ゲームや繰り返しゲームを用いてモデル化する。

2) 参加企業の技術力の分布がいくつかの異なるグループに分けられるときの分析。

3) 工事費用に関する不確実性の考慮。

【参考文献】

- 1) 三浦功：最適入札メカニズムの分析、西日本理論経済年報、勁草書房、1990
- 2) 上田孝行・太田勝久：入札システムの特性に関する基礎的考察、土木学会論文集（投稿予定）