土木学会第51回年次学術講演会（平成８年９月）

V-520

連続高架橋における半無限境界の定式化

名古屋大学　工学部　学生会員　竹田　浩
名古屋大学　工学部　学生会員　三輪　健治
名古屋大学　工学部　正会員　田邊　忠顕

1. 序論

平成７年１月 17 日の阪神大震災では、鉄筋コンクリート土木構造物に倒壊を含む多くの被害が生じた。これらの地震時の挙動を把握するために、振動解析を行なうにあたって、新たな問題が生じた。それは、新幹線橋梁のような半無限に続く構造物を有限要素法によって解析するとき、一部を単体として扱うのではなく、連続した構造物として連成を考慮する必要があることである。そのためには、地盤において確立されている各種の手法と同様に、RC 構造自身に対して無限遠方を表す伝達境界が必要となるのである。よって、本研究は、連続ラーメン橋に対する半無限境界の設定法を理論的に検討したものである。

2. 伝達境界を考慮した運動方程式の定式化

解析対象とする領域を解析領域Ωとし、この左右に領域ＬとＲを図-1 のように考える。解析領域Ωにおける運動方程式は、節点変位を $\{\delta\}_\Omega=\{u\}_\Omega\exp(i\omega t)$、節点外力を $\{Q\}_\Omega=\{P\}_\Omega\exp(i\omega t)$ とおくと、一般に次式で表される。

$$\left([K]+\omega[C]-\omega^2[M]\right)\{u\}_\Omega=\{P\}_\Omega \qquad (1)$$

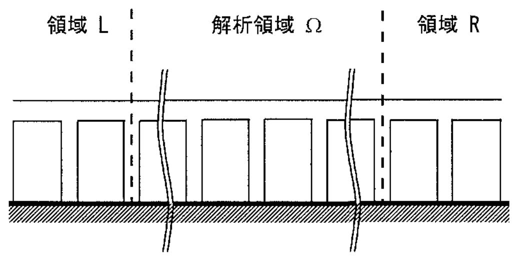

図-1　解析領域Ωと領域 L, R

ここで、$[M]$は整合質量マトリックス、$[K]$は剛性マトリックス、$[C]$は減衰マトリックス、ω は調和振動の角振動数である。ただし、とりあえず減衰マトリックス$[C]=0$とおいて、理論を導く事にする。

次に、規則領域における境界条件を考える。実際の構造物は領域ＬあるいはＲの方向へ無限につながっているので、Ｌあるいは R の境界においてエネルギーを逸散させる伝達境界を設定する必要がある。そこで、図-1 の領域 L,R から一般に、図-2 のようにｒ番目とその前後の節点を取り出した連続ラーメン橋を図-3 のような質点とバネからなるモデルで考える。

ｒ番目の節点における水平方向の運動方程式は、以下のように書ける。

$$-\frac{EA}{l}x_{r-1}+\left(\frac{2EA}{l}+\frac{24EI_{ZC}}{L^3}\right)x_r-\frac{EA}{l}x_{r+1}=F_r \qquad (2)$$

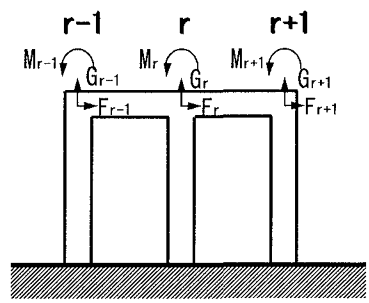

図-2　連続ラーメン橋拡大図

ここで、Aは桁の断面積、lは桁の長さ、Lは橋脚の長さ、I_{ZC}は橋脚の断面２次モーメントである。

本研究では、ｒ番目の節点における水平方向の変位x_rを境界面上の複素節点変位振幅uを用いて、$x_r=\eta^r u\exp(i\omega t)$と表す。これを式(2)における$F_r$の代わりに慣性力$-M\left(d^2x_r/dt^2\right)$を代入した振動方程式に代入すると、次の固有方程式が得られる。

$$\eta^2-\left(2+\frac{24lI_{ZC}}{AL^3}-\frac{Ml}{EA}\omega^2\right)\eta+1=0 \qquad (3)$$

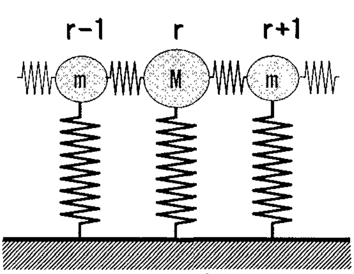

図-3　モデル図

式(3)において、角振動数ω が、$\sqrt{\dfrac{24EI_{ZC}}{ML^3}}<\omega<\sqrt{\dfrac{EA}{Ml}\left(4+\dfrac{24lI_{ZC}}{AL^3}\right)}$ の

とき、固有値ηは複素数となり、$\eta = \exp(\pm i\phi)$と表すことができ、さらに$x_r = u\exp\left[i\omega\left\{t \pm (r\phi/\omega)\right\}\right]$と書ける。これを用いて境界面上の複素節点外力振幅$f$が、それぞれ以下のように書ける。

$$f_R^R = \left\{\left(\frac{EA}{l} + \frac{12EI_{ZC}}{L^3}\right) - \frac{EA}{l}\exp(-i\phi)\right\}u \tag{4}$$

$$f_R^L = \left\{\left(\frac{EA}{l} + \frac{12EI_{ZC}}{L^3}\right) - \frac{EA}{l}\exp(i\phi)\right\}u \tag{5}$$

$$f_L^R = \left\{-\frac{EA}{l}\exp(i\phi) + \left(\frac{EA}{l} + \frac{12EI_{ZC}}{L^3}\right)\right\}u \tag{6}$$

$$f_L^L = \left\{-\frac{EA}{l}\exp(-i\phi) + \left(\frac{EA}{l} + \frac{12EI_{ZC}}{L^3}\right)\right\}u \tag{7}$$

ここで、下の添え字は、考えている領域を意味し、上の添え字は、波動の伝播方向を意味する。式(3)において、角振動数ωが、$0 < \omega < \sqrt{\frac{24EI_{ZC}}{ML^3}}$ ， $\sqrt{\frac{EA}{Ml}\left(4 + \frac{24lI_{ZC}}{AL^3}\right)} < \omega$のとき、固有値$\eta$は実数となり、固有値$\eta$が複素数のときと同様に、境界面に作用する外力を境界面上の変位を用いて表すことができる。また、鉛直方向、回転方向についても同様に、境界面に作用する外力を境界面上の変位を用いて表すことができる。ただし、回転慣性力を考慮していない。これらをマトリックスの形で表すことにより、右側の領域Rから解析領域Ωに作用する外力は、$\{P\}_R = \{P\}_R^R + \{P\}_R^L = [R]_R\{U\}_R^R + [L]_R\{U\}_R^L$、左側の領域Lから解析領域$\Omega$に作用する外力は、$\{P\}_L = \{P\}_L^L + \{P\}_L^R = [L]_L\{U\}_L^L + [R]_L\{U\}_L^R$と境界における波動の振幅$\{U\}$を用いて表すことができる。　これらの境界面に作用する力が、本来の解析領域Ωにおける運動方程式の振動外力に加算される。したがって、全体系の運動方程式は、次式となる。

$$[\bar{K}]_\Omega\{U\}_\Omega = \{P\}_\Omega + \left(-[R]_R + [L]_R\right)\{U\}_R^L + \left([R]_L - [L]_L\right)\{U\}_L^R \tag{8}$$

ここで、$[\bar{K}]_\Omega = [K]_\Omega - \omega^2[M]_\Omega + [R]_R + [L]_L$

3.　数値解析シミュレーション

新幹線の高架橋を想定して連続ラーメン橋を解析する。単体ラーメン構造をunit 1と呼び、その数を増やしていったunit 2,unit 4,unit 8,unit 12の中央の節点に水平方向に外力を与えた場合の載荷節点での時間－水平方向の変位を表す。ここで、単体として解析する場合と半無限を考慮した場合、つまり伝達境界を与えない場合と与えた場合の両方の解析を行う。　伝達境界を与えた場合には、unitの数に拘わらず一定の応答値となるはずであり、計算結果は、unit数に拘わらず殆ど差がない。従って、固有値ηが複素数の場合は、伝達境界が有効に働き、無限遠方を考慮していると考える。

4.　結論

本研究では、連続ラーメン橋を伝播する波において角振動数ωに対する条件を定め、連続ラーメン橋における伝達境界条件を提案した。また、数値解析を行った結果から、以下の結論を得た。

半無限の構造物を有限要素法によって解析するとき、本研究で提案した伝達境界条件式は、とりあえずエネルギーをほぼ妥当に逸散していることが判明した。しかし、unit数によって、位相差があらわれたり、応答値に多少の誤差が生じているので、これらについて更に検討を行うつもりである。