

条件付多確率変数に支配される確率関数の極値分布の解明と RC部材の設計剪断耐力の信頼性の評価

中部大学 正会員 伊藤和幸

要旨 確率関数（例えば耐力）はそのエレメントである確率変数（例えばコンクリートの圧縮強度・スターラップおよびベントアップバーの降伏強度・ e, t, c ）に支配されてある分布を示す。部材の信頼性を評価するためにはその分布の極値辺における非超過確率を的確に把握しなければならない。更に各変数はそれぞれ自身又は相互間で制約条件をもつ場合が多い。本研究はこうした場合の関数の極値分布を解明し、実用例として RC部材の JSCE Code で規定された設計剪断耐力の信頼性を求めたものである。

〔記号〕 A: 断面積, b: 部材幅, f: 強度, G: 1 桁の有効数字, h: 部材高, P: 耐力以下の確率= $G \times 10^{-x}$, p: 確率密度, S: 鉄筋の間隔, $t: (\mu_s - f_y) / (\mu_s - V_s)$, V: 変動係数, X: P の指数, μ : 平均値 〔下付記号〕 b: ベントアップ, c: コンクリート, d: 設計値, k: 特性値, s: 鉄筋, u: 終局値・耐力, w: スターラップ, y: 規格降伏値

1. 多確率変数に支配される確率関数

2 確率変数に支配される確率関数については既に報告した通りである。図-1 を参照して、指定の耐力 N_u 以下になる確率は $\int_{-\infty}^{+\infty} p(f_s) [\int_{-\infty}^{+\infty} p(f_c) d(f_c)] d(f_s)$ で、積分範囲 a_1 は $-\infty \sim +\infty$, a_2 は $-\infty \sim f_{c1}$, f_{c1} は N_u と f_{s1} より求められる。3 確率変数の場合は $p(f_{k1})$ が関与し、上式に $p(f_{k1-j}) d(f_{k1})$ を乗じ、これを $-\infty \sim +\infty$ について積分すればよい。よって、多変数の場合は、

$$P = \{p(f_{k1})\} p(f_{k(n-1)}) \cdots p(f_{k2}) \int p(f_{k1}) [P_{f-k1-j}] df_{k1} df_{k2} \cdots df_{k(n-1)} df_{kn} \quad (1)$$

N_u を順次代えてそれ以下になる確率を求めて行けばその分布を正確に描くことが出来る。条件付の場合の設計耐力以下になる確率を P_t とする。

2. 変数に条件が付く場合

例えば 3 確率変数での設計剪断耐力 N_{ud} について検討してみる。

(1) いま、 f_s を f_{sw} , f_{k1} を f_{sb} とすれば、 f_s の下限値=0、それ以下の確率=0、それに対応する f_c を f_{c0} とすれば a_2 の f_{c1} は f_{c0} , a_1 の $-\infty$ を 0 とすればよい。この場合の P_t を PFREE とする。

(2) J-Code では f_{sw} , f_{sb} の上限値を 4000 kgf/cm^2 と規定している。よって、 N_{ud} と $f_s = 4000$ に対応する f_c を f_{cu} として積分し、それに (f_{cu} 以下の確率) $\times$ ($f_s = 4000$ 以上の確率) を付加すればよい。この場合の P_t を P4000 とする。

(3) また、腹部コンクリートの剪断に対する設計斜め圧縮破壊耐力以上の設計剪断耐力は許容出来ないと規定している。 f_s は下から上に計算を進めており、対応する f_c はその逆に計算が進行している。よって、ある値の時にこの条件を充足することになる。この値を f_{scon} , f_{ccon} とする。よって、 a_1 の上限を f_{scon} , $a_2 = f_{ccon} \sim f_{c0}$ として積分し、それに (f_{ccon} 以下の確率) $\times$ (f_{scon} 以上の確率) を付加すればよい。この場合の P_t を PCON とする。

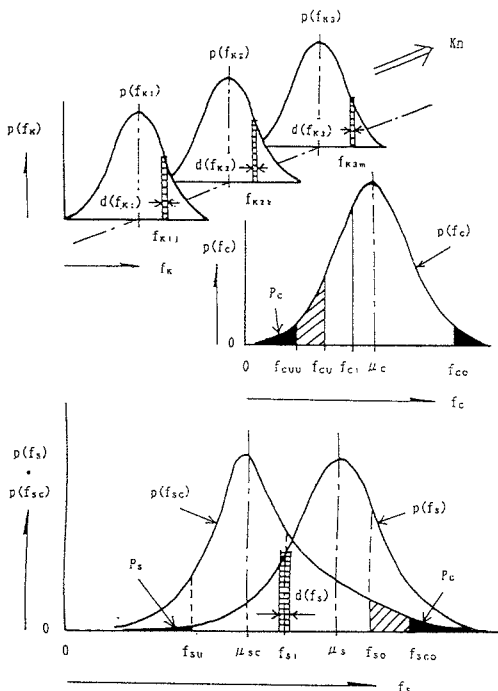


Fig.1 Relationship among multi-probabilistic variables.

Table 1 Probability P_f of less than N_{ud} under various condition. ($P_f = G \times 10^{-x}$)

Case	1-1	1-2	2-1	2-2	3-1	3-2	4-1	4-2
f_c	3	3	3	3	5	5	5	5
f_{yw} (ksi)	40	40	60	60	60	60	40	40
f_{yb}	40	60	60	40	60	40	40	60
○	①②③	①②③	①②③	①②③	①②③	①②③	①②③	①②③
X-values								
2-V	7 7 7	- - -	6 6 6	- - -	7 7 7	- - -	7 7 7	- - -
3-V	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6
3-V-SP	6 6 6	5 6 5	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	6 6 6	5 6 5
①:PFREE ②:P4000 ③:PCON, V:Variables. (1ksi=70.31kgf/cm ²)								

(4) さらに、剪断補強鉄筋としてスターラップとベントアップを併用する場合は、剪断補強鉄筋が受け持つべき剪断力の50%以上をスターラップで受け持つように規定している。これは f_{sw} と f_{sb} の問題である。ある f_{sb} に対して f_{sw} を次第に上げて行くとこの条件を充足する f_{sp} が求められる。これが a_1 の下限値である。この値以下の確率を PS とすれば、この a_1 より積分を始め、求めた P に PS を付加すればよい。これを PSS とする。

また、例えば $f_{sp} > f_{sc,con}$ (又は $f_{s=4000}$) の場合には、 $PSS = PS + (1-PS) \times (f_{c,con}$ 以下の確率又は $f_{c,v}$) とすればよい。ここで PSS は大きい方の値を採用する。

3. 試算

以上の解明を適用して下記の部材についての信頼性を求めてみる。ここで、信頼性を充足しない確率 $= P_f = G \times 10^{-x}$ で表示し、表-1 では、信頼性の尺度として X 値で掲示した。

部材断面: $b \times h = 40 \times 66 \text{ cm}^2$, 有効高 $d = 60 \text{ cm}$, $A_{sw} = 2.534 \text{ cm}^2$, $A_{sb} = 2.865 \text{ cm}^2$, $S_{sw} = 25 \text{ cm}$, $S_{sb} = 50 \text{ cm}$

統計値: $V_c = 0.15$, $V_{sw} = 0.08$, $V_{sb} = 0.08$, $t_{sw} = 2.0$, $t_{sb} = 2.0$

材料組合せ: Case- f_c - f_{yw} - f_{yb} の順。表-1 参照。

確率変数: 2-V ($f_{sw} = f_{sb}$), 3-V (f_{sw} , f_{sb} は夫々独立), 3-V-SP (f_{sp} の制限値を考慮した場合)

4. 試算の結果

表-1 に示す。表より、

1) 2-V の場合は 3-V に較べて X 値が大きく、不安全的結果となるので、2 確率変数ではなく、3 確率変数で信頼性を評価しなければならない。

2) 3-V と 3-V-SP を比較してみると、後者の PFREE と PCON で X=5 が出現しており、1 階級の信頼性の低下が認められた。特に留意すべきであろう。

3) 前項の X=5 の場合の材料の組合せを見てみると、何れも $f_{yw} = 40 \text{ ksi}$ から $f_{yb} = 60 \text{ ksi}$ への強度の上昇過程の場合に相当している。

5. 結 論

1) 多確率変数に支配される確率関数の極値の分布は 式(1) により求められる。

2) 多確率変数が各種の制限値を持つ場合には、2 章で述べた要領で処置すればよい。

3) 単純な試算の結果、剪断補強鉄筋としてスターラップとベントアップを併用する場合は、

確率 2 変数としての取扱いでは不十分で、確率 3 変数として信頼性を評価することが望ましい。

$f_{yw} < f_{yb}$ の場合には、信頼性が 1 階級低下するので注意を要する。