

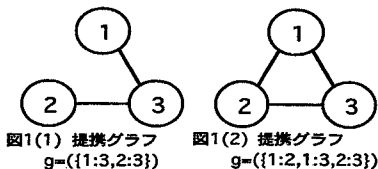
IV-328

ネットワーク系水資源整備共同事業の費用・便益配分法に関するゲーム理論的考察

京都大学大学院 学生員 高野 浩一
 京都大学防災研究所 正員 岡田 憲夫
 京都大学大学院 学生員 矢島 薫

1 はじめに 水資源整備開発事業を複数の主体の参加により行う場合、その費用（または便益）を参加主体いかに配分するかという「費用（便益）配分問題」が生じる。特に、参加主体間で共同事業へのインセンティブに差異があるとき、その評価と費用配分への反映の方法が問題となる。具体的には参加主体間での水利権保有の有無や地理的条件の違いによって共同事業へのインセンティブに差異が生じるとともに、費用関数が劣加法性を満たさない場合もある。本研究ではその典型的な事例としてネットワーク系事業を取り上げ、その特殊性を適切にふまえた費用・便益配分方法として、シャプレイ値¹⁾系の配分解が有効であることをモデル分析により明らかにする。

2 提携ネットワーク配分法 本研究では、2主体による提携関係（「提携リンク」と呼ぶ）を単位として、その集合からなる「グラフ（ネットワーク）」構造を提携構造と定義する。この提携構造を「提携グラフ」と呼ぶことにし、主体 n, m 間の提携リンクを $\{n:m\}$ で表す、また提携グラフ g をたとえば $g = \{1:3, 2:3\}$ のように与えるものとする。参加を表明しているすべての2主体間で提携リンクが存在する g はとくに g^N として表す。なお、そのグラフ的表現を図1(1)、図1(2)に例示する。



まず、Myerson²⁾に従ってすべての提携グラフに対して配分解を与える。はじめに部分提携 S 内で提携リンクが存在する主体を(1)式のように、提携グラフ g から $\{n:m\}$ を取り除いたものを(2)式のようにそれぞれ定義する。

$$S/g = \{i\} \quad (1)$$

(i and j are connected in S by $g \mid j \in S, S \subseteq N$)

$$g \setminus n:m = \{i,j \mid i:j \in g, i:j \neq n:m\} \quad (2)$$

次に、(3)式のように新たな関数 C/g を定義し、関数 C/g の下でのシャプレイ値 $\phi(C/g)$ をその提携グラフの配分解 $W(g) = \phi(C/g)$ とする。とくに、 $g = g^N$ のときの配分解は費用関数 C のシャプレイ値に一致する。

$$\forall S \subseteq N, (C/g)(S) = \sum_{T \in S/g} C(T), W(g) = \phi(C/g) \quad (3)$$

この配分法は、提携リンクを結合した段階で当該2主体に対して費用の増加または減少を等しくもたすように配分を繰り返す方法である。すなわち、(4)式が必ず成立する。

$$\forall g \in \{g \mid g \subseteq g^N\}, \forall n:m \in g,$$

$$W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) = W_m(g) - W_m(g \setminus n:m) \quad (4)$$

また、費用関数が劣加法性を満たす場合には必ず $W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) \leq 0$ となり、どの2主体 n, m も提携リンクを形成し $W(g \setminus n:m) \rightarrow W(g)$ へと変化させようとするのが示される。提携リンクの形成において当該の2主体の同意のみを必要とし、逆に解消する場合には一方の主体の意志で行うことができると仮定すると、この場合には提携グラフは g^N に収束し、費用配分問題は $W(g^N)$ を配分解として安定する。しかし、費用関数が劣加法性を満たさない場合には $W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) > 0$ となることもある。このような場合には、 $W(g) \rightarrow W(g \setminus n:m)$ の方向に提携構造は変化する。このような変化をたどり、遂には1つの安定解に収束すると考える。本研究ではこの過程を「提携ネットワーク」と呼ぶ。またこの配分法を「提携ネットワーク配分法」と呼ぶ。

ここで、モデル分析の例として次のような2つのパラメータ a, b によって特徴づけられる費用関数のデータで表される提携ネットワークを考える。

$$W(i) = 1, i = 1, 2, 3, W(1, 2) = 2 - a$$

$$W(1, 3) = W(2, 3) = 2 - b, W(1, 2, 3) = 2$$

図2(1)、図2(2)は提携構造が変化する方向を矢線を用いて表した機構図である。この図中の矢線がすべて自らに向う $W(g)$ が、収束する解（均衡解）になり得る。図中ではこれを網模様で表した。図2(1)では、網模様が施してあるのは $W(\{1:2, 1:3, 2:3\})$ ただ1つであり、これ以下に収束する提携はない。一方、図2(2)では収束先は2つ存在する。この2つのうちのいずれに収束するかの鍵を握っているのが主体3である。すなわち主体1, 2は費用配分額の軽減のため主体3と提携リンクを結ぼうとする。主体3は、 $W(\{1:2, 1:3\})$, $W(\{1:2, 2:3\})$ のどちらでも配分額は同じため、いずれかを選択して提携リンクを形成することになる。主体1, 2にとってもいずれかに収束することで、 $W(\{1:2\})$ での配分額より軽減させることができるので、そのためには主体3の選択を受け入れざるを得ない。すなわち、主体3がリーダーシップをとり、主体1, 2は妥協を迫られることになる。

このように提携ネットワーク配分法は、参加主体が自らの費用配額を軽減させるべく提携構造（提携グラフ）を形成する過程を考慮した配分法である。このため、個人合理性を満たさない費用配（単独費用より大きい配額）を均衡解とはしない。シャプレイ値は一意的に配分解が得られるものの、費用関数の条件によっては個人合理性を満たさない配分を解とすることがあるのに対し、提携ネットワーク配分法で得られる配分解は必ず個人合理性を満たすという利点をもつ。提携ネットワーク配分法とシャプレイ値の配分特性の比較を表1に示す。

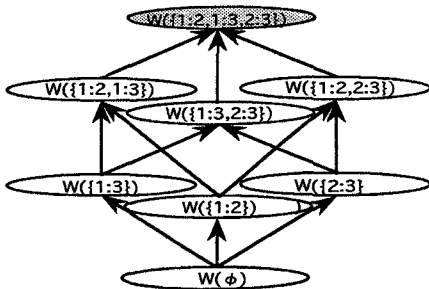


図2(1) $0 \leq a, 0 \leq b, b \leq 0.5a+1, b \geq 2a-2$ のときの提携ネットワーク配分法

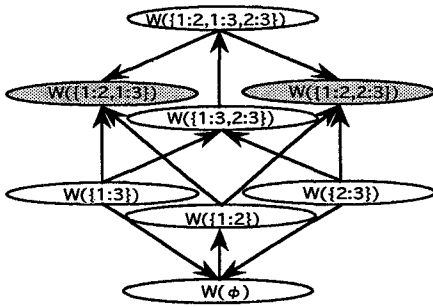


図2(2) $0 \leq a, b \leq 0, b \geq 2a-2$ のときの提携ネットワーク配分法

表1：提携ネットワーク配分法とシャプレイ値の配分特性

	提携ネットワーク配分法	シャプレイ値
全体合理性	○	○
個人合理性	○	△
解の一意性	△	○

○：すべての費用関数に対して満たす

△：一部の費用関数に対しては満たさない

費用関数が劣加法性を満たさないとき、提携ネットワーク配分法に従うと、1つの $W(g)$ に収束する過程で、ある主体（図2(2)の例における主体3）がリーダーシップを担う過程が表される。すなわちこのような主体が、費用配問題において相対的インセンティブの低い主体に合致する場合は、インセンティブの差異を考慮した費用配

を行うことができる。また3.で示すような「不完全な費用関数」の下でも形成可能な提携グラフのみを考慮することで配分が可能であることが示される。

3 事例分析 3主体（都市）による広域導水事業を想定する。この3主体の水源からの地理的關係を模式的に表したのが図3である。主体2単独での導水、および主体1, 2の共同導水は地理的關係上あり得ないと想定する。つまり、 $C(2)$, $C(1,2)$ が存在しないような不完全な費用関数を取り上げる。このため主体1, 3は単独でも事業を行えるが、主体2は主体3との共同事業でしか参加できない。

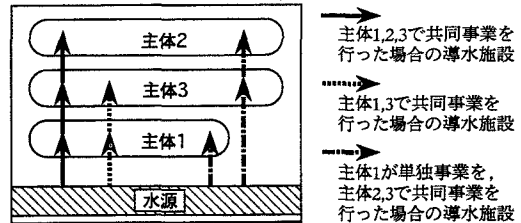


図3 主体1,2,3の水源地との地理的關係模式図

提携ネットワーク配分法は、単独事業の状態から複数の主体による共同事業が形成されていく過程を対象とした配分法である。このため、主体2についての単独費用が存在しないと、主体2を含んだ共同事業の費用配を行うことができない。

そこで主体2の単独費用 $C(2)$ をダミーとして設定する。すなわち $C(2)$ をパラメータ α とおき、費用関数を以下のように定める（単位：億円）。

$$C(1) = 34, C(2) = \alpha, C(3) = 120$$

$$C(1,3) = 130, C(2,3) = 162, C(1,2,3) = 152$$

主体2の事業参加について主体3が鍵を握っており、主体2の単独費用 α を設定できる権限を主体3がもつと考えられる。このため主体3は、全提携 $W(\{1:3,2:3\})$ が成立する範囲 ($\alpha \geq 28.67$) 内で α の値を定め、配分を決定することができる。 α の値が大きいほど主体3自らの費用を軽減できるため、より「利己的」な配分を行ったといえる。逆に α の値が28.67に近いほど主体2の費用を軽減させるため、より「利他的」な配分を行ったといえることができる。

4 おわりに 紙幅の都合上詳細については講演時に述べることにするが、今後は事例分析に基づいて、ネットワーク系事業の固有性を具体的に明らかにするとともに、提携ネットワーク配分法の有効性と適用の範囲について、実証的な分析を試みたいと考える。

【参考文献】1) Shapley, L.S.: Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.1, pp.11-26, 1971. 2) Myerson, R. B.: Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.