土木学会第51回年次学術講演会（平成８年９月）

IV-327 新しいネットワークスケジューリングモデルの理論開発
ー工期λに対する最小工事費用の工程計画を求めることのできるスケジューリングモデルー

立命館大学 正 員 春名 攻
立命館大学大学院 学生員 滑川 達
立命館大学大学院 学生員 ○櫻井 義夫

１．はじめに

本稿では，施工計画の中核を構成するといわれている工程計画に着目し，ある決められた制約工期λに対して最小のプロジェクト費用によって実行可能な工程計画案を求めるためのスケジューリングモデル理論を提案する．なお，この種の工程計画問題は初期段階としての標準工程から指定工期λまで各作業の日程短縮を検討していくようなスケジュール問題に帰着する．このため，以降の議論においては，上記のような問題を標準工程によるスケジュール計算の結果算出された工期λ'が指定工期λを超過しているような場合，すなわち，

$$\lambda' - \lambda = \alpha \quad (\lambda' > \lambda)$$

の場合，その超過分であるαの日程の短縮を最も安価になるよう検討する問題として捉えている．したがって，以下に示すスケジューリングモデル理論は，ＣＰＭ計算における同一短縮日数に対する短縮費用と等価な結果を算出できるものである．

以下においては，ネットワークのもつトポロジカルな性質に着目した本理論の開発過程を示していくことにする．

２．新たな問題定形化に関する検討

一般に，工程ネットワークには，上述のような日程の短縮をおこなうにあたって検討の対象とはなり得ない作業が存在している場合が多い．このため，短縮のための検討対象作業を限定することが合理的であるが，これに関する検討については紙面の関係上，論述を控え，発表時に述べることとする．

さて，ここで求められる検討対象ネットワークは全ての経路で短縮が必要となるため，本稿でとりあげた日程短縮を伴う工程計画問題は複数経路の同時短縮問題として捉えることができる．そして，このような問題の検討にあたっては，カット概念を用いることが効果的であり，特にここで用いるカットは，検討対象ネットワークを形成する全ての経路を同時並列的に検討し得ることが要求されるため，「ネットワークの始点から終点までの全経路をたかだか１回切断する」ように存在する全てのカットとなる．

さらに，これらのカットがあくまでも作業の集合として求められることに着目して，任意の２つのカット間において，それぞれに含まれている作業群間の順序関係を比較すれば，「作業のもつ順序関係を写像したカット間の順序関係」が存在するのは明らかである．そして，このようなカット間の順序関係を構造化すれば，短縮対象ネットワークの順序関係の特性をそのまま等価変換した新しいネットワークを作成することができる．なお，このネットワークを以後，カットネットワークとよぶこととする．ここで，カットネットワークに従来より関係行列を利用したプロジェクトグラフの作成法などに採用されている考え方を用いてレベルの設定を施せば（ここではターミナルレベルを用いる），このとき，カットネットワークにおける任意の経路は短縮対象ネットワーク上の全ての作業を含んでいるとともに，流れの状態が多段階的でかつ直列につながったフィードバックのないトラジェクトリーとして捉えることのできるものとなっている．すなわち，この経路を対象として各カットに最適な短縮日数を割当てていくことは，多段決定過程を考えた最適化問題を解くことと等価なものになるのである．

３．問題の定式化に関する検討

以下においては，これまでの議論に従ってこの種のスケジュール問題をカットネットワークにおけるｎ段の多段決定過程としての動的最適化問題としてとりあつかうことにより，問題をＤＰを用いて定式化していくことにする．

いま，ＤＰにおける状態変数を

$$R_n = (r^1_n,\ r^2_n,\ \cdots,\ r^k_n,\ \cdots,\ r^m_n)$$

$r^k{}_e$；任意のレベルｅにおける経路ｋの短縮日数
ｍ；短縮対象ネットワークに存在する経路の総数

とする．ただし，

$R_e \in PR_e$

PR_e；レベルｅにおいて実行可能な短縮状況パターンの集合

つづいて，決定関数を各段の短縮費用として設定する．いま任意のレベルｅにおける状態変数R_eのもとで必要となる短縮費用を

$g_e(R_e) = g_e(r^1{}_e,\ r^2{}_e,\ \cdots,\ r^m{}_e)$

と表わせば，この$g_e(R_e)$の値は

$$g_e(R_e) = g_e(r^1{}_e,\ r^2{}_e,\ \cdots,\ r^k{}_e,\ \cdots,\ r^m{}_e) = \sum_{(i,j)\in P_c} \left[\frac{\sum_{k=1}^{m} a_{k,(i,j)} \cdot C_{(i,j)}(r^k{}_e)}{\sum_{k=1}^{m} a_{k,(i,j)}} \right]$$

（ｉ，ｊ）；作業
P_c；レベルｅに設定されたカットｃに含まれる作業の集合
$a_{k,(i,j)}$；短縮対象ネットワークより作成したルート行列の構成要素
$C_{(i,j)}(r^k{}_e)$；作業（ｉ，ｊ）を$r^k{}_e$短縮したときに要する費用

と表わせる．ここで，上式において，ある１つの状態変数R_eを設定すれば，決定関数$g_e(R_e)$の値がただ１つ算出できる．これは，ＤＰを適用するうえでの重要な条件の１つである．

ここで，全てのレベル（１，２，…，ｎ）をとおしての各経路の総短縮状況パターン$WR_{(n)}$を

$WR_{(n)} = (r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^k,\ \cdots,\ r^m)$

ｎ；短縮対象ネットワークに設定されたレベルの総数
r^k；経路ｋの総短縮日数

と表わせば，計画全体での総短縮費用$f_n(WR_{(n)})$は，各レベルの決定関数値，つまり短縮費用の総和として求められる．すなわち，

$$f_n(WR_{(n)}) = f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m) = \sum_{e=1}^{n} g_e(r^1{}_e,\ r^2{}_e,\ \cdots,\ r^m{}_e)$$

と表わすことができ，問題はこれを最小にすることである．また，このときの条件は，

$$r^k{}_1,\ r^k{}_2,\ \cdots,\ r^k{}_n \geq 0,\quad \sum_{e=1}^{n} r^k{}_e = r^k \quad (k=1,\ 2,\ \cdots,\ m)$$

となる．ただし

$WR_{(n)} \in PWR_{(n)}$

$PWR_{(n)}$；ｎ個の全レベルをとおして実行可能な総短縮状況パターンの集合

いま，この問題を

$$f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m) = \min_{\sum_{e=1}^{n} r^k{}_e = r^k\ (k=1,2,\cdots,m)} \left\{ \sum_{e=1}^{n} g_e(r^1{}_e,\ r^2{}_e,\ \cdots,\ r^m{}_e) \right\}$$

とおけば，上式の１からｎまでの各レベルは，フィードバックのないシステムとして捉えることができるカットネットワークより設定されているので，ＤＰの基本原理である最適性の原理により，

$$f_1(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m) = g_1(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m)$$

$$f_n(r^1,\ r^2,\ \cdots,\ r^m) = \min_{0 \leq r^k{}_n \leq r^k (k=1,2,\cdots,m)} \{ g_n(r^1{}_n,\ r^2{}_n,\ \cdots,\ r^m{}_n) + f_{n-1}(r^1 - r^1{}_n,\ r^2 - r^2{}_n,\ \cdots,\ r^m - r^m{}_n) \}$$

のようなＤＰの繰返しの関数方程式として定式化することができる．なお，この種の問題において，期末状態である総短縮状況パターンのもつ実行可能領域は所与である．したがって，上式による最適解の算出は確実に保障される．

４．おわりに

本稿において提案したスケジューリングモデル理論は，その解法にＤＰの適用を可能としたことにより，これまで代表的解法として用いられてきたＣＰＭ理論ではとりあつかいが困難であった各作業の費用関数が，離散形もしくは非線形の問題にも対応を可能とする理論である．加えて，アルゴリズムが複雑であるというＣＰＭ理論の大きな問題点をもこのスケジューリングモデル理論は克服しているとともに，その演算形態はコンピュータの能力を有効に発揮させることができるものであるといえる．

今後としては，過去の施工実績等の分析をとおして，より精度の高い費用関数の推定法に関する検討が必要である．そして，このような推定法の確立が，本理論により求められる計画案の実現性を高めるとともに，施工実施段階におけるフォローアップ作業へも本理論の適用範囲を拡大していくものと考える．