Ⅳ－207

交通計画への２段階最適化問題

○岐阜大学　学生員　中瀬敬介
岐阜大学　正会員　宮城俊彦
岐阜大学　正会員　鈴木崇児

1.はじめに

信号制御問題とラムゼイ価格均衡問題等には、社会的な合理性を追求しようとする管理者と、管理者の制御に対して自己の利益を最大化しようと行動する利用者の２つの主体の行動原理によってモデル化される階層的な意思決定構造が共通して見られる。これらの問題は、上位問題を管理者による社会的余剰の最大化問題、下位問題を個々の利用者による効用最大化問題とする２段階最適化問題として定式化できる[1) 2)]。

上述の２段階最適化問題においては、管理者と利用者の有する情報の定義の違いによりナッシュ均衡状態とシュタケルベルグ均衡状態という２つの均衡状態が成立する。均衡概念に則した計算方法の必要性は、本研究の中で簡単な信号制御問題におけるこれら２つの均衡状態の最適解が異なることによって示される。本研究では、これらの議論を踏まえた上で、実際のネットワーク上での Wardrop 均衡状態のような下位問題の最適解が上位問題の最適解の関数として明示的に記述できない場合にも適用が可能な計算方法を提案することを目的とし、２段階最適化問題に対するペナルティ関数法を用いた有効な計算方法を構築することを目的とする。

2.ナッシュ均衡とシュタッケルベルグ均衡

２段階最適化問題における管理者と利用者の両者の持つ情報の定義によって導かれる典型的な２つの均衡状態（ナッシュ均衡とシュタッケルベルグ均衡）を考える。ナッシュ均衡は、管理者と利用者が相手の行動を考慮せずに、自己の目的関数の最小化を図ることによって生じる均衡状態である。一方、シュタッケルベルグ均衡は、管理者が利用者の目的関数や制約条件に関する全ての情報を持っており、それに対する利用者は管理者の意志決定の結果しかわからないという情報の偏りがある状況のもとで生じる均衡状態である。

3.２段階信号最適制御問題

ナッシュ均衡とシュタッケルベルグ均衡の概念を２ OD ネットワーク上での信号最適制御問題に適用を行なう。OD ペア a,b 間には、リンク 1,リンク２の２経路があり、リンク１とリンク３の交差点に信号機があるものとする。管理者の信号制御に対して、利用者は個人の走行時間や費用が最小になるように経路選択を行う。管理者は、下位問題の均衡解である利用者の最適フローを制約として（１）式の目的関数である利用者の総走行時間を最小化するように信号を制御する。ナッシュ均衡とシュタケルベルグ均衡のそれぞれの概念に則してこの問題を解くと解は図１．１と図１．２に示す均衡解を得る[3)]。

$$\min_{g \in \varphi} P(g,\ f(g)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$P(g,\ f(g)) = \sum_{l \in L} f_l\, C_l(\ f(g), g) \quad \cdots\cdots(2)$$

φ：実行可能な信号制御変数集合
C_l：リンク l での費用関数
g：信号制御変数（green time）
$f(g)$：利用者最適リンクフロー解

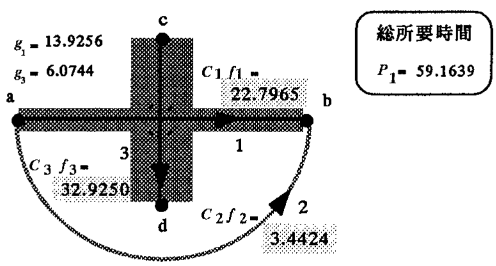

図1.1　Nash均衡解による各リンクの所要時間

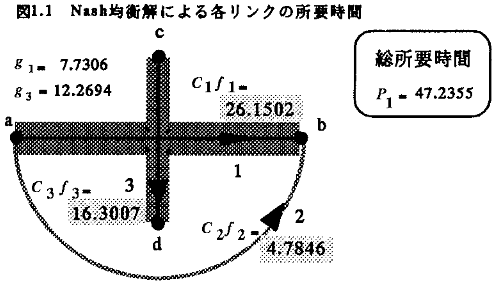

図1.2　Stackelberg均衡解による各リンクの所要時間

２つの均衡状態による計算結果を比較すると、利用者の行動（反応関数）を考慮せず最適化を行うナ

ッシュ均衡の場合よりも、考慮し最適化を行うシュタッケルベルグ均衡の場合の方が、システム全体としての利用者の総走行時間を減少させられることが分かる。この結果から、管理者と利用者の有する情報の定義に則して２段階問題の計算を行なうことの必要性が指摘できる。

4.ペナルティ関数法のアルゴリズム

次に実際のネットワーク上への計算を念頭におき、ペナルティ関数法を用いて２段階最適化問題を解くことを考える。ペナルティ関数法は、制約付き非線形計画問題を解くための計算手法の一つであり、準ニュートン法の拡張である。ここでは、以下のような典型的な型の非線形計画問題を用いて説明する。

ペナルティ関数には、様々な型が提案されているが、本研究では (3) 式で定義した拡張目的関数 Fr(x) を採用することにする。

$$\left.\begin{array}{lll} \text{目的関数} & : & P(x) \Rightarrow \min \\ \text{制約関数} & : & h_i(x)=0 \;,\quad i=1,2,\cdots,m_e \\ & & h_i(x)\geq 0 \;,\quad i=m_{e+1},\cdots,m \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots 【A】$$

$$F_r(x)=P(x)+\mu\left[\sum_{i=1}^{m_e}\left|h_i(x)\right|+\sum_{i=m_e+1}^{m}\left|\min\{0,h_i(x)\}\right|\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{拡張目的関数}：F_r(x)\Rightarrow \min \\ x\in \mathrm{int}\,T \qquad T：\text{実行可能領域} \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots 【B】$$

これは【A】の制約付き最適化問題を、制約なし最適化問題【B】に変換して、【B】を解くことによって【A】の解を得ようとする変換法である。

ここで$\mu>0$は、ペナルティパラメータであり十分大きいものとする。（本研究ではμ=100 とした）(3) 式のペナルティ関数の項（〔　〕内）はｘが問題【A】に対して実行可能ならば 0 であるが、ｘ→∂Ｔ（∂ＴはＴの境界）に従って Fr(x)→∞となり、Ｔの境界を越えないように制約なし最適化のアルゴリズムを解くことが出来る。そしてこのペナルティ関数法のアルゴリズムを用いて前節３の信号最適制御問題の例を解いた結果、シュタケルベルグ均衡解の厳密解と一致することが確認できた。

5.ラムゼイ価格均衡問題

ラムゼイ価格均衡問題は、信号最適制御問題と同様に下位問題に利用者均衡問題をもつ２段階最適化問題であり、本研究で構築する計算方法の適用対象とする。以下にその簡単な定式化を示す。

式（４）に示される上位問題では、交通企業を赤字にしないという制約の基で管理者が社会的総余剰を最大化し、公共交通機関の価格設定をおこなうラムゼイ価格決定問題、下位問題では、利用者によるマストラと自動車でのロジット型選択と、自動車ネットワークの中での Wardrop 均衡が成立する混雑を考慮したネットワーク計画問題となっている。

U) ラムゼイ価格決定問題

$$\max.F(p,q,\hat{q})=\sum_{rs}CS^{rs}(p,q,\hat{q}) \qquad (4a)$$

$$s.t.\quad -\sum_{rs}\sum_{i\in \hat{R}_{rs}}\hat{p}_i^{rs}\hat{h}_i^{rs}(p)+C(\hat{q}(p))\leq K \qquad (4b)$$

L) ネットワーク計画問題

$$\min.f(\hat{q},\hat{h},h,x,p) \qquad (5)$$

CS^{rs}：OD ペア rs 間の消費者余剰関数
$p=\{\hat{p}_i^{rs}\}$：OD ペア rs 間のマストラのｉ番目路線の料金
$q=\{q^{rs}\}$:OD ペア rs 間の自動車利用 OD トリップ数
$C(q)$：マストラの結合費用関数
K：補助金
$\hat{R}_{rs}$：OD ペア rs 間のマストラの経路集合
$h=\{h_k^{rs}\}$： OD ペア rs 間の自動車の経路ｋの交通量
x：自動車ネットワークのリンク交通量
（＾はマストラを示す）

上記に示したラムゼイ価格均衡問題と信号最適制御問題を実際のネットワーク上で考えると、下位問題のリンクフロー解によって構成される経路フローは、管理者の制御変数の関数として解析的に表現できない。そこで、本研究では４．で示したペナルティ関数法を用いて非線形感度分析を行うことにより均衡解を求める方法を構築していく予定である。

参考文献

1）宮城俊彦・早川清史：ラムゼイ価格均衡モデルとガイドウェイバスの料金決定問題,土木計画学研究・講演集,No15(1),451-456,1992,11.
2）朝倉康夫：利用者均衡を制約とする交通ネットワークの最適計画モデル,土木計画学研究・論文集,No.6, 1-19,1988,11.
3）C.S.Fisk：「Game theory and Transportation systems modelling」pp.301-313