

III-B 405

有限要素法を基本とする逆解析へのシンプレックス法の適用性

法政大学大学院工学研究科	学生会員	白石 保律
法政大学工学部		稲垣 賢太郎
同上	正会員	草深 守人
同上	正会員	牟田 親弘

1. まえがき : 本研究の目的は、境界条件の変更に伴う応答変位に関する測定値と解析値の誤差の最小化手法にシンプレックス法を用い、弾性問題としての地盤材料定数の推定に関する逆解析手法の適用性について考察するものである。なお、地盤の力学挙動を表現するシステムとしては有限要素法を採用することとした。

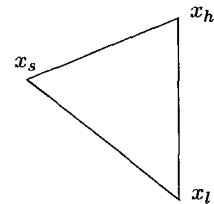
2. 逆解析手法 : 順解析における変位は式(1)で与えられる。この計算変位と観測変位の誤差 $f(\mathbf{x}_i)$ を式(2)で与え、この誤差の最小化手法にシンプレックス法を用いる。

$$\mathbf{U} = [\mathbf{K}(\mathbf{P})]^{-1}\mathbf{F} \quad (1)$$

$$f(\mathbf{x}_i) = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^k |\text{計算変位} - \text{観測変位}| \quad (2)$$

シンプレックス法にはシンプレックスと呼ばれる幾何学的な図形を用いる。シンプレックスとは、 n 次元空間の $(n+1)$ 個の点により構成される幾何学的な図形である。図-1に示すように、 $n=2$ の場合はシンプレックスは3角形となる。シンプレックスの各頂点を $\mathbf{x}_i$ とし以下の記号を導入する。

- (1) $\mathbf{x}_h$ は $f(\mathbf{x}_h) = \max f(\mathbf{x}_i), i=1, 2, \dots, n+1$ に対応する点
- (2) $\mathbf{x}_s$ は $f(\mathbf{x}_s) = \max f(\mathbf{x}_i), i \neq h$ に対応する点
- (3) $\mathbf{x}_l$ は $f(\mathbf{x}_l) = \min f(\mathbf{x}_i), i=1, 2, \dots, n+1$ に対応する点
- (4) $\mathbf{x}_o$ は $i \neq h$ であるようなすべての $\mathbf{x}_i$ の図心



以下にシンプレックス法の手順を示す。

図-1 シンプレックス

- (1) シンプレックスの頂点の中で、誤差の最も大きい点を選択する。
- (2) 選択された頂点を鏡像点へ移動する。
- (3) 移動された鏡像点における誤差は、移動前の点の誤差よりも小さくなると考えられる。
- (4) このプロセスを繰り返す。
- (5) シンプレックスは誤差の最小点に収束する。

シンプレックス法では鏡像点を取る際に、鏡像・拡張・収縮の3種類の操作を行う。以下に3種の操作の定義を示す。

- (1) 鏡像 (reflection) : $\mathbf{x}_r = (1 + \alpha)\mathbf{x}_o - \alpha\mathbf{x}_h$
ここに、 α 、($\alpha > 0$) は鏡像係数といわれ、距離 $[\mathbf{x}_r \mathbf{x}_o]$ と距離 $[\mathbf{x}_h \mathbf{x}_o]$ の比である。
- (2) 拡張 (expansion) : $\mathbf{x}_e = \gamma\mathbf{x}_r + (1 - \gamma)\mathbf{x}_o$
ここに、 γ 、($\gamma > 1$) は拡張係数といわれ、距離 $[\mathbf{x}_e \mathbf{x}_o]$ と距離 $[\mathbf{x}_r \mathbf{x}_o]$ の比である。
- (3) 収縮 (contraction) : $\mathbf{x}_c = \beta\mathbf{x}_h + (1 - \beta)\mathbf{x}_o$
ここに、 β 、($0 < \beta < 1$) は収縮係数といわれ、距離 $[\mathbf{x}_c \mathbf{x}_o]$ と距離 $[\mathbf{x}_r \mathbf{x}_o]$ の比である。

x_h を x_r 、 x_e 、 x_c の点へ移動していくことによって、シンプレックスは誤差の最小点へ向かって移動する。以上の基本手順に基づいて、有限要素法を地盤の力学挙動を表現するシステムとし、これにシンプレックス法を組み合わせる逆解析アルゴリズムと具体的な解析に必要な計算プログラムを開発した。

3. 直接基礎への適用例と考察：本研究では、直接基礎の支持力問題を例に、有限要素法を用いて解析した計算変位と実験から得られた観測変位の誤差をシンプレックス法により最小化することにより、地盤の変形係数を推定した。また、シンプレックス法の収束性を調べるために、支持力試験の逆解析と全く同様なモデル（図－2）を用いて数値実験を行った。数値実験では、モデルを2～4層に分割し、各層についての変形係数を任意に設定する。次に順解析により、これらの変形係数を用いた場合の変位を求め、これを観測値として逆解析により各層の変形係数の推定を行う。2～4層に分割したときの各層の変形係数の設定値は、図－2に示した層番号を用いて表－1に示す通りとした。逆解析を行う際の初期値は、表－1に示す通りとし、3～4層分割ではそれぞれの層について表に示す範囲で初期値を任意に入力した。また、収束判定に関する停止条件としてNelderとMeadの停止条件式(3)を適用した。ここに、 ϵ はあらかじめ決められた十分に小さな数である。

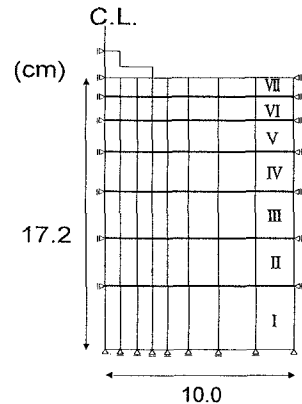
$$\left\{ \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} \left(f(x_i) - \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} f(x_j) \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} < \epsilon \quad (3)$$

表－1 逆解析結果（1層系地盤のみ支持力模型実験、他は数値実験）

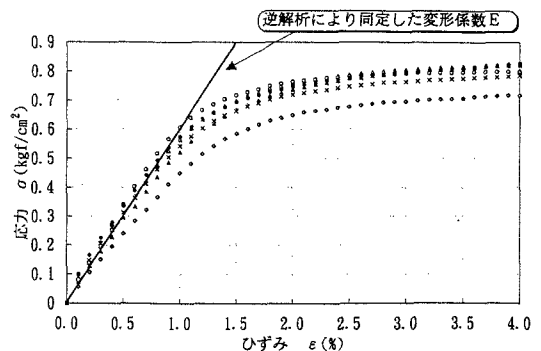
	層番号	変形係数 (kgf/cm ²)			
		実験値	初期値	収束値	誤差(%)
1層	I～VII	58.8	乱数	61.1	0
2層	I～III	200.0	乱数	200.0	0
	IV～VII	100.0	乱数	100.0	0
3層	I～II	70.0	40～90	80.8	15.4
	III～IV	100.0	60～120	109.0	9.0
	V～VII	85.0	50～90	82.6	2.8
4層	I	100.0	80～140	109.5	9.5
	II～III	150.0	140～180	159.6	6.4
	IV～V	50.0	20～70	44.6	10.8
	VI～VII	200.0	190～230	209.7	4.9

粘土地盤上の直接基礎に対する支持力試験結果に対して逆解析により同定した変形係数と、支持力試験と全く同一の土試料に対する一軸圧縮試験より求めた変形係数 E_{50} を比較したものを、図－3に示した。明らかに本実験に対するシンプレックス法による推定精度は極めて高いことが分かる。一方、多層系地盤に対する数値実験結果（表－1）によると、各地層間の地盤定数の相対的な大小関係が適切に初期値に反映されていれば、十分な推定精度を確保できるものと考えられる。特に、シンプレックス法の逆解析は多層系地盤に対する推定値が一様地盤に平均化されるような傾向は見られず、地層構造すなわち地層区分をかなり正確に表現した推定結果が与えられるように思われる。

4. あとがき：本研究で実施した実験と解析の範囲において、採用した逆解析手法は十分な精度で予測すべき未知パラメータを推定できることを明らかにした。また、逆解析へのシンプレックス法の応用は実際の複雑な地層構成を示す地盤の逆問題に対し、有効な手段であり、今後の発展が期待できるものとする。



図－2 逆解析に用いた有限要素モデル



図－3 逆解析により推定した変形係数と一軸圧縮試験の結果の比較