土木学会第51回年次学術講演会（平成８年９月）

III－B 404　点推定法を導入した確率シミュレーションの提案と土構造物への適用

金沢大学工学部　正会員　池本敏和、東京都　藤野崇之、
金沢大学工学部　正会員　北浦　勝

１．はじめに

統計的解析手法の代表的なものにはランダム・サンプリング法（モンテカルロ・シミュレーション法）がある。この手法は簡便で汎用性が高いため、様々な分野で適用されている。しかし、一定の解析精度を得るためには多数の試行回数が必要なことが欠点である。この点を解決するためにインポータンス・サンプリング法やアダプティブ・サンプリング法など様々な解析手法が提案されている。これらはいずれも適合型モンテカルロ・シミュレーション法である。本研究ではRosenbluethにより提案された点推定法(PEPM;Point Estimate for Probability Moment method[1])を用いた統計的解析手法RSEP法(Random Sampling for Estimated Point method)を提案し、その適用性について検討を行った。

２．RSEP法

本研究では点推定法を乱数の代替手法として取り入れた。点推定法は1975年にRosenbluethにより提案されたもので、線形2次近似程度の精度が期待できる（2点推定法）。

点推定法では、確率変数が示す連続分布を図１に示すような有限個のパルス的な離散分布に置き換える。これを確立密度関数として扱うことにより、一般化された形で解を求めるという手法である。方程式$Y=y(x_1,x_2,\mathrm{L}\ x_n)$の$m$次モーメント$E[y^m]$は、以下のように表される。

$$E[y^m]=\sum_{i_n}^{N}\mathrm{L}\sum_{i_2}^{N}\sum_{i_1}^{N}\{\underset{(a)}{\underline{p_{1,i_1},p_{2,i_2},\mathrm{L}\ ,p_{n,i_n}}}\}\times y^m(\underset{(b)}{\underline{x_{1,i_1},x_{2,i_2},\mathrm{L}\ x_{n,i_n}}}) \qquad (1)$$

ここに、x_{j,i_j}は変数jのi番目の推定点の座標、p_{j,i_j}は推定点x_{j,i_j}の確率である。また、(a)は変数セット(b)の生起確率である。このように一般の点推定法では、入力変数を離散量として扱うことから、式(1)に示した変数セット(b)は有限個となる。また、その生起確率(a)は確定量として既知となっている。ただし、n個の入力変数を有するシステムにN点推定法を適用した場合、その総演算回数はN^n回となり、多数の入力を必要とする土構造物の問題などには不向きである。しかし、土構造物のシステム方程式に入力される変数は、その分布形が同一であるものが多い。例えば、土構造物の物性値のほとんどは、正規分布、あるいは対数正規分布で近似できることが知られている。式(1)に注目すると、変数セットの数N^nに比べて、その生起確率は限られた種類しかないことがわかる。そこで、生起確率の種類ごとに変数セットを分け、これをひとつのグループとして扱う。さらに、グループ内からランダムにピック・アップした変数セットによるシステムの値を仮の代表値として、以下に示すように確率モーメントを求める。

$$E[y^m]=\frac{1}{n_c}\left[\sum_{s=1}^{S}\{P_s\times y^m(\mathbf{v}_s)\}\right] \qquad (2)$$

ここに、$\mathbf{v}_s$はグループsの中からランダムにピック・アップした変数セット、n_cはシステム方程式の演算回数をグループの数Sで割ったものである。

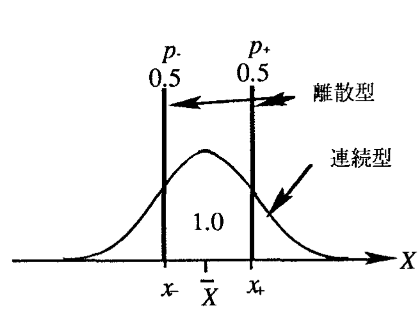


図１　確率密度関数の変換（2点推定法の場合）

３．解析及び考察

以上のような手法を用いて、土構造物を離散化モデルとした有限要素法によりシステム方程式をたて、RSEP法による解析を行った。また同じシステム方程式でモンテカル

較を行った。解析モデルは斜面を想定したものであり、これを図２に示す。また使用した土質定数は表１のようである。要素内の確率変数としては、弾性係数、ポアソン比及び単位体積重量を考慮した場合、弾性係数のみを考慮した場合を考えた。土質定数の変動係数は0.1と仮定している。なお今回の解析では、変数間および要素間同士の相関を考慮していない。しかしRSEP法によれば、相関の条件を事前に与えることにより、それらを考慮することは容易である。

載荷条件としては、重力の他に、はらみだしの方向に静的な地震力として重力の0.2倍の荷重をかけた。RSEP法で求めた法肩部における載荷方向変位の平均値とモンテカルロ・シミュレーション法のそれはほぼ一致していたので、ここでは、変位の変動係数に注目した。各々の比較指標について、モンテカルロ・シミュレーション法30,000回試行（M.C.30,000）の結果を一応の基準とし、RSEP法10,000回試行を比較、検討している。

出力結果を図３に示す。RSEP法はモンテカルロ・シミュレーション法を上回る収束を見せている。しかし入力の変数の少ないケース（同図(b)）では、RSEP法による解の収束は早いもののシミュレーション回数が増えると解が不安定になる場合がある。この場合はモンテカルロ・シミュレーションの適用に当たって、土質定数の生起確率の高いところにサンプリングを集中することに弊害がないケースであるということができる。それに対して、RSEP法は生起確率の小さいところにも均等にサンプリングを行おうとするあまり、かえって解の収束の効率が悪くなったと考えられる。このことについては、グループからのサンプリング数を重みに比例して決定することにより改善できるであろうと考えている。、

４．結論

本研究では新しいアプローチから考案した統計手法であるRSEP法を定式化し、シミュレーションを行い、モンテカルロ法と比較、検討した。その結果、次のことがわかった。RSEP法は、モンテカルロ法よりも早く解が収束する傾向にある。システムの入力の変数が少ない場合には、解の収束がモンテカルロ法よりも若干悪くなる場合がある。しかしこれについてはサンプリングを工夫することで改善できるものと思われる。

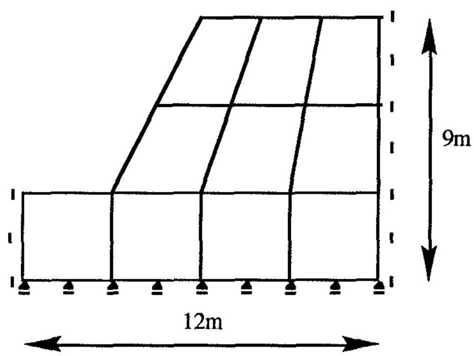
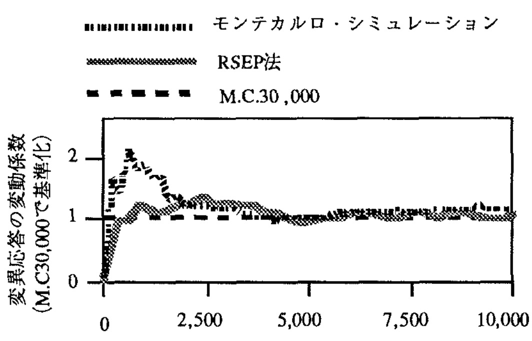


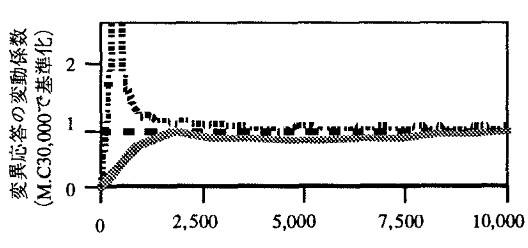
図2　解析モデル

表1　解析に使用した土質定数

弾性係数	55,000.0 tf/m^2
ポアソン比	0.3
単位体積重量	2.3 tf/m^3



(a)変数が３の場合



(b)変数が１の場合

図３　モンテカルロ・シミュレーションとRSEP法の比較

参考文献

１）Rosenbleuth,E.:Point Estimates for Probability Moments,Proceedings of the National Academy of Science, Vol.72,No.10,pp3812～3814,1975.