

III-B 399

均質化法の弾粘塑性材料への適用について

中部電力 正会員 和仁 雅明
名古屋大学工学部 正会員 市川 康明

1. はじめに

均質化法(homogenization method¹⁾)はミクロレベルで非均質な繰り返し構造を有する複合材料に対して有効な解析手法である。このような材料を解析する際、材料定数は理論的あるいは経験的な手法による平均的な値として求められることが多いが、均質化法では複合材料の持つ微視的な非均質性を反映させたマクロレベルの材料定数を数学的に求めることができる。また、ミクロレベルの非均質性を保持したまま解析を行えるので、全体構造物の変形挙動を求めると同時に、それがミクロな非均質構造に与える影響（応力分布）を求めることができるのも均質化法の特徴である。

このような利点を持つ均質化法はまず線形弾性問題に適用され、地盤材料やコンクリート材料を対象にした様々な解析のもとに理論の妥当性が証明された。その後も非線形弾性問題や粘弾性、弾塑性問題への適用がWang²⁾らによって行われている。ここでは、弾粘塑性材料に均質化法を適用する方法について述べ、粘性土を対象にした解析例を示す。

2. 弾粘塑性体の均質化法

弾粘塑性問題のような時間依存性問題は、時間を細かく区切り単位時間ステップ Δt について考えることにより、各瞬間における接線係数を求める問題に帰着する。したがって、解くべき問題の支配方程式は、

$$\frac{\partial \Delta \sigma_{ij}^e}{\partial x_j} + \Delta f_i^e + \left(f_i^{*e} + \frac{\partial \sigma_{ij}^{*e}}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (1)$$

と時間 Δt の増分形で表される。ここで、()内の成分は前段階で不釣り合いな超過分の荷重および応力である。また、構成則はPerzyna³⁾の超過応力モデルにしたがい、

$$\Delta \sigma = \bar{D} \Delta \epsilon - \bar{D} \dot{\epsilon}^{vp} \Delta t = \bar{D} \Delta \epsilon - \Delta \sigma^{vp} \quad (2)$$

と求められる。ここで、 $\dot{\epsilon}^{vp}$ は粘塑性ひずみ速度を σ^{vp} は応力の粘塑性成分を表す。式(2)において粘塑性ひずみ速度をどのように求めるかが粘塑性問題における重要なポイントである。

以上のような準備のもとに均質化理論の手続きを経ることによって、材料の持つ微視周期構造（ユニットセル）における局所問題と、全体構造物における問題（大域問題）についての微分方程式が得られる。

局所問題（ユニットセル問題）

$$\int_Y D_{ijkl}^e \Delta \epsilon_{kl}^{1y} \frac{\partial V_i(y)}{\partial y_j} dy = \left\{ \int_Y D_{ijkl}^e \frac{\partial V_i(y)}{\partial y_j} dy \right\} \Delta \epsilon_{kl}^{0x} - \int_Y \Delta \sigma_{ij}^{vp} \frac{\partial V_i(y)}{\partial y_j} dy \quad (3)$$

大域問題

$$\frac{\partial \{ D_{ijkl}^h \Delta \epsilon_{kl}^0 \}}{\partial x_j} = \frac{\partial \langle \Delta \sigma_{ij}^{vp} \rangle}{\partial x_j} - \langle \Delta f_i^e \rangle - \left(\langle f_i^{*e} \rangle + \frac{\partial \langle \sigma_{ij}^{*e} \rangle}{\partial x_j} \right) \quad (4)$$

ここで、 $\langle \phi \rangle = \frac{1}{|Y|} \int_Y \phi dy$ はユニットセル内で物性を平均化することを意味している。また、 D_{ijkl}^h は均質化弾性定数と呼ばれる。

式(3)および式(4)を有限要素法で解くことにより、与えられた問題の解が得られる。

3. 粘性土の均質化解析

求めた理論をもとに解析プログラムを作成し、計算例として、大阪粘土と深草粘土をモデルにした仮想的な複合材料を対象に数値解析を試みた。

ここでは図-1に示すような定ひずみ応力緩和試験を想定した。粘性土の構成則には、足立・岡⁴⁾による修正 Cam-clay モデルを採用し、各材料のパラメータも文献により与えた。

以下に大阪型の粘土と深草型の粘土を体積比 1:1 で層状に配置したユニットセルについて均質化した場合の応力応答曲線を示す。

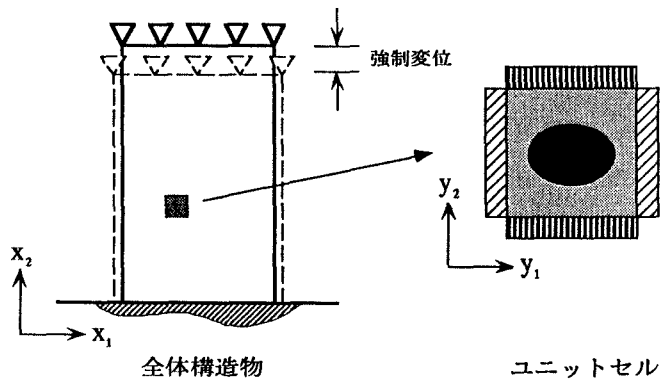


図-1 粘性土の強制変位応力緩和試験

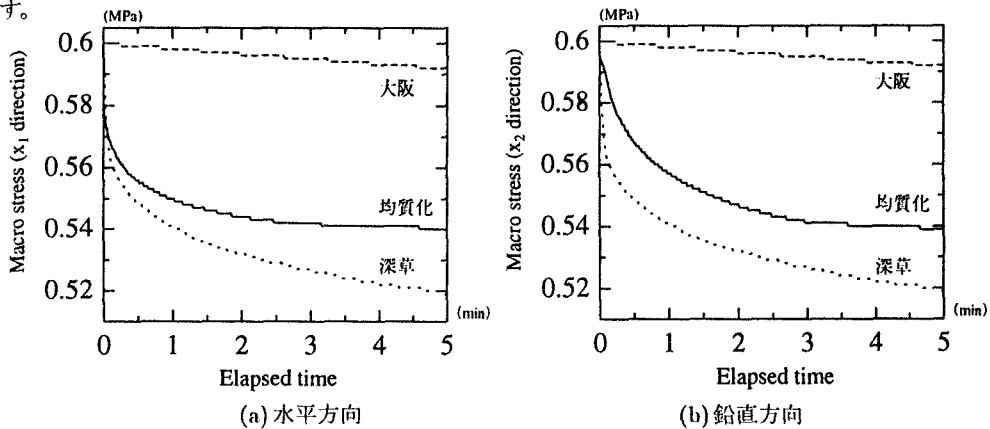


図-2 均質化された材料の応力応答曲線

4. まとめ

今回弾粘塑性体の複合材料に対し、均質化法によってその材料が持つ微視レベルの物性を反映させたマクロな挙動を求める手法を提案し、粘性土を想定した材料の応力緩和挙動について数値解析例を示した。今後、粘性土については水や温度と連成させた問題を解く必要がある。またこの手法は岩盤の長期時間依存問題についても有効であると考えており、さらなる研究が望まれる。

参考文献

- 1) E.Sanchez-Palencia: Non-homogeneous media and vibration theory; Lecture notes in physics, Springer-Verlag, 1980
- 2) Jian-Guo Wang: A Homogenization Theory for Geomaterials, Nonlinear Effect and Water Flow; Doctoral thesis in Nagoya Univ.,1996
- 3) P. Perzyna: The Constitutive Equations for Work-Hardening and Rate Sensitive Materials; Proc. of Vibration Problems, Warsaw, pp.281-289, 1963
- 4) Toshihisa Adachi, Fusao Oka: Mathematical structure of an overstress elasto-viscoplastic model for clay; Soils and Foundations, Vol.27, No.3, pp.31-42, 1987