

III-B 398

流動要素法における応力速度の選択に関する検討

鳥取大学工学部 西村 強 鳥取大学工学部 木山 英郎
住 友 建 設 永峰 崇 鳥取大学工学部 藤村 尚

1. はじめに

流動要素法¹⁾ (Flow Element Method, 以下FLEMとする)は、個別要素法(DEM)の基本となっている運動方程式の陽形式時間差分による逐次解法を活かして、各要素の自由な変形を許しながら要素間の連続性を保持し、全体としての大変形から流動までを解析できる手法である。

増分法による大変形解析では、客観性のある応力速度の導入が不可欠である。著者らは、このような応力速度として従来から広く用いられてきた連続体スピンによるJaumann速度を導入して検討を進めてきた²⁾。しかし、連続体スピンによるJaumann速度を用いると、単純せん断解析において、せん断応力(τ)－せん断ひずみ(γ)関係が、正弦波状に振動するという実際の材料挙動では考えられない異状を示すことなどの問題点がある。そこで、本文では、物質スピン³⁾を導入して応力速度の相違がFLEM解析結果どのようにに反映されるか検討する。

2. Jaumann応力速度を用いたFLEM解析

Jaumann応力速度 $\dot{\sigma}^*$ は以下のように定義される。

$$\dot{\sigma}^* = \dot{\sigma} - \omega \sigma + \sigma \omega \quad (1)$$

ここに、 ω は連続体スピンとよばれ、速度勾配テンソル L を用いて、 $\omega = (1/2)(L^T - L)$ と定義される。

式(1)をFLEMに導入して図-1に示すような一辺の長さ1の正方形ブロックの単純せん断のFLEM解析（要素数1）を行なった。解析定数を表-1に示しており、ここで示す例では線形弾性体を仮定している。

応力-ひずみ関係をまとめると、図-2のようになり、1. に述べたような問題点が再現されている。さらに、単純せん断では、高さを一定に保ったまま平行四辺形に変形させるが、図-3に示すように左右辺を拘束せず、上辺を直線に保ったまま横方向に移動させて変形を与えるモデルを用いて解析を実施した結果を図-4に示す。(a)は、式(1)右辺第2, 3項のような応力のスピンを考慮しないもの、(b)は考慮した例である。(a)に比べ、(b)では隅部で要素形状がかなり乱されており、主応力方向も境界条件を反映しない不合理なものとなっている。連続体スピンによるJaumann応力速度の導入だけでは、問題点が残ることがわかる。

表-1 解析定数

ヤング率	$E = 100 (\text{kgf}/\text{cm}^2)$
密度	$\rho = 2.65 (\text{g}/\text{cm}^3)$
ポアソン比	$\nu = 0.3$
時間増分	$\Delta t = 1.0 \times 10^{-4} (\text{sec})$
変位速度	$\dot{e} = 1.0 (\text{cm}/\text{sec})$

3. Dienes応力速度の導入

変形勾配を F とすると次の極分解式が知られている。

$$F = RU = VR \quad (2)$$

ここで、 R は直交回転テンソルである。また、 U は右ストレッチテンソル、 V は左ストレッチテンソルと呼ばれ、ともに対称な正の定符号テンソルである。これより、物質スピン Ω は、

$$\Omega = \dot{R}R^T \quad (3)$$

と表され、 σ の客観応力速

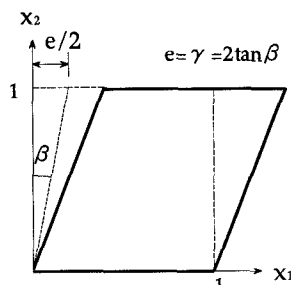


図-1 単純せん断変形

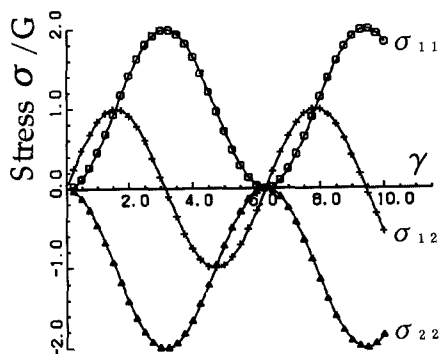


図-2 単純せん断解析における応力の応答 (連続体スピン)

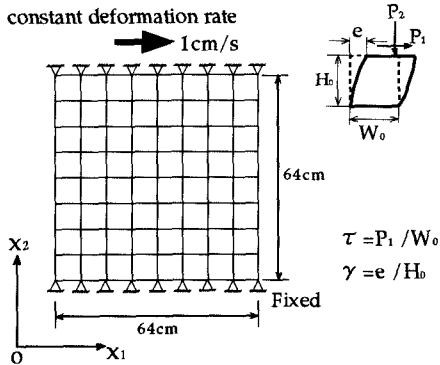


図-3 一般せん断解析モデル

度 $\dot{\sigma}$ として,

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma} - \Omega \sigma + \sigma \Omega \quad (4)$$

が導かれる．上式は，Dienes速度あるいはGreen速度などと称されている．

図-1を用いて単純せん断変形の Ω の計算例を簡単に示す．

x_1, x_2 方向の変位 u_1, u_2 は次のようになる．

$$u_1 = ex_2, u_2 = 0 \quad (5)$$

従って，変形勾配テンソル F は次のようになる．

$$F = \begin{bmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

F を極分解し， R を表すと次のとおりである．

$$R = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (7)$$

この結果，物質スピン Ω は，

$$\Omega = \dot{R} R^T = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\beta} \\ -\dot{\beta} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

図-5は，図-1の解析モデルにおいてスピンとして式(8)

を用いた結果である． $\gamma=2$ 以降の応力の振動が抑えられる様子がわかる．これは次のように説明できる．単純せん断変形における物質スピン Ω と連続体スピン ω の関係は，

$$\Omega = \omega \cos^2 \beta = \{4/(\gamma^2 + 4)\} \omega \quad (\text{ただし, } \gamma = 2 \tan \beta) \quad (9)$$

となる．式(9)からわかるように，スピン Ω は，せん断変形開始時には ω に一致するが， γ が大きくなるにつれて0に漸近する．応力の振動はスピンが変形とともに小さくなることによって抑えられることになる．しかし，これで問題点が全て解消された訳ではない．例えば，単純せん断変形では，図-1からわかるように $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$ で有るので，自然状態から解析が開始されたとすれば， $\sigma_x = \sigma_y = 0$ で有るべきなのに，図-5ではそうはなっていない．適正な応力速度の導入など，解析法の信頼性を検証するため今後も検討を進めていきたいと考えている．

参考文献 1) 木山他：大変形のための流動要素法(FLEM)の提案, 土木学会論文集, NO.439/Ⅲ-17, PP.63-68, 1991.12. 2) 木山他：流動要素法(FLEM)における有限要素法を利用した節点力・要素応力増分過程の見直し, 第28回土質工学研究発表会, pp.1497-1500, 1993.6. 3) J.K.Dienes : On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies, Acta. Mech, pp.217-232, 1979.1.

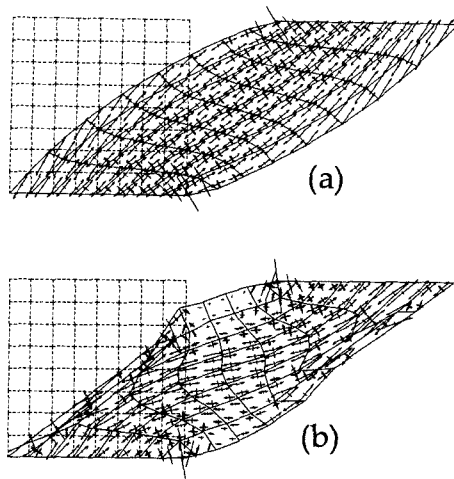
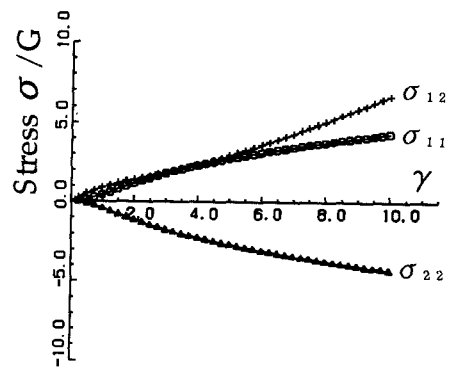
図-4 一般せん断における変形図 ($\gamma=2$)

図-5 単純せん断解析における応力の応答 (物質スピン)