

III-B 89

覆工を有する楕円形空洞の準三次元解析

山梨大学大学院 学生員 川久保昌平
山梨大学工学部 正会員 平島 健一

1. はじめに

空洞掘削直後に岩盤表面に施工される吹き付けコンクリートは、材令の経過にともない補強リングとしての役割を果たすようになるが、その力学的な効果は十分に把握されているとは云えず、必要な吹き付け厚については現場の熟練技術者の経験や従来の施工実例から決定されているのが現状である。

また、トンネル形状は近年の高速大量輸送の需要から、三車線の高速道路が建設されるようになり、それにともなう楕円形の扁平大断面のものが施工されるようになってきている。断面形状が横方向に扁平になると、岩盤側壁部の応力集中度が大きくなり、従来の断面に比べて当然覆工の分担すべき応力も増加することが予想される。これらのことから、楕円形トンネルの扁平度を考慮した覆工の定量的な力学的効果が評価できる理論解が必要である。

2. 解析手法

(1) モデル化と重ね合わせ

弾性体とみなすことのできる地山に、掘削と同時に楕円形の吹き付けコンクリート覆工が施工されるとすれば、地圧を無限遠方より作用する一様荷重と仮定した上で、対象とする問題は図-1のようにモデル化することができる。このモデルを二次元弾性論によって解析するために、図-2、図-3に分解して考える。なお、ここでは三次元的な偏圧を考慮できるように、荷重の面外成分も考慮に入れた。

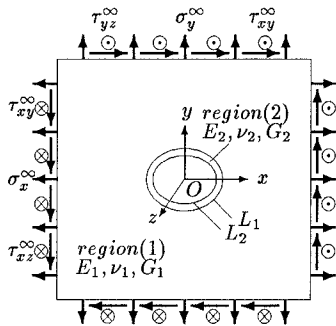


図 1 対象とするモデル

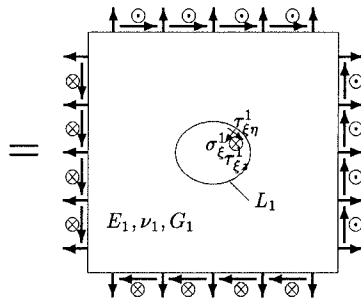


図 2 楕円孔を有する無限弾性体

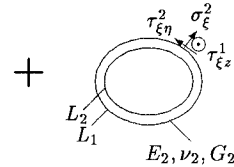


図 3 楕円形弾性リング

(2) 複素応力関数

面内問題における図-2、図-3に対する複素応力関数 $\Phi_j, \Psi_j (j=1, 2)$ は、後述の応力、変位の公式 (7), (8) を踏まえて、次のような無限級数で表現することができる。添字の 1 は地山側、2 は吹き付けコンクリート側をそれぞれ表す。

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^1 A_n^1 \zeta^n, & \Phi_2(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^2 \zeta^n, \\ \Psi_1(\zeta) &= K^1 \ln \zeta + \sum_{n=-\infty}^2 B_n^1 \zeta^n, & \Psi_2(\zeta) &= K^2 \ln \zeta + \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n^2 \zeta^n. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 K^j は実定数、 A_n^j, B_n^j は複素定数であるが、このうち無限遠での荷重条件より、次の定数が得られる。

$$A_1^1 = R(\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty + iE_2\tilde{\omega}^\infty)/4, \quad B_2^1 = R^2(\sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty + 2i\tau_{xy}^\infty)/4, \quad R = (a_1 + b_1)/2. \dots\dots\dots (2)$$

なお、吹き付けコンクリートリングの外側楕円の長短径を a_1, b_1 、内側を a_2, b_2 としている。面外問題における応力関数 $\Omega_j(\zeta)$ は無限遠での荷重の条件を考慮し、後述の公式 (7), (8) に対して次式のように表すことができる。

$$\Omega_j(\zeta) = C_1^j \zeta + C_{-1}^j / \zeta, \quad C_1^1 = R(\tau_{xz}^\infty - i\tau_{yz}^\infty). \dots\dots\dots (3)$$

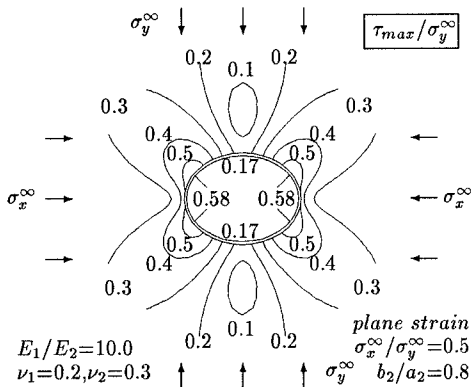


図4 無次元化された最大せん断応力の分布

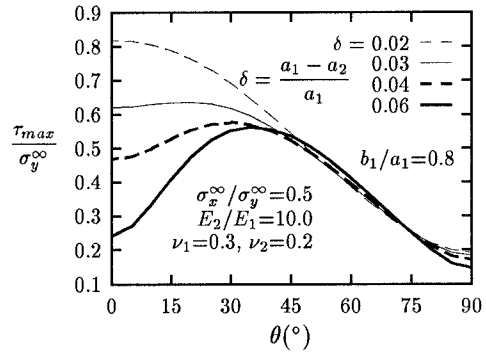


図5 吹き付け厚を変化させたときの最大せん断応力の分布

(3) 境界条件

吹き付けコンクリートリングの外縁での合応力と変位の連続条件は次の通りである。

$$P_x^1 + P_x^2 = 0, \quad P_y^1 + P_y^2 = 0, \quad P_z^1 + P_z^2 = 0, \quad u_x^1 - u_x^2 = 0, \quad u_y^1 - u_y^2 = 0, \quad u_z^1 - u_z^2 = 0. \quad (4)$$

内縁では自由境界であることから、合応力の条件は次式で与えられる。

$$P_y^2 + iP_x^2 = 0, \quad P_z^2 = 0. \quad (5)$$

(4) 合応力、応力、変位

合応力は以下の式で与えられる¹⁾。式中の符号は内側境界の場合に (+)、外側境界の場合に (-) をとる。

$$\pm(P_y^j + iP_x^j) = \overline{\Phi_j}(\bar{\zeta}) + \overline{\omega}(\bar{\zeta})\Phi_j^I(\zeta) + \Psi_j^I(\zeta), \quad \pm P_z^j = \text{Im}[\Omega_j(\zeta)]. \quad (6)$$

デカルト座標系における応力、変位を求める公式は以下の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^j &= 2\text{Re}[\Phi_j^I(\zeta)] - \text{Re}[\overline{\omega}(\bar{\zeta})\Phi_j^H(\zeta) + \Psi_j^H(\zeta)], & \sigma_y^j &= 2\text{Re}[\Phi_j^I(\zeta)] + \text{Re}[\overline{\omega}(\bar{\zeta})\Phi_j^H(\zeta) + \Psi_j^H(\zeta)], \\ \tau_{xy}^j &= \text{Im}[\overline{\omega}(\bar{\zeta})\Phi_j^H(\zeta) + \Psi_j^H(\zeta)], & \tau_{xz}^j - i\tau_{yz}^j &= \Omega_j^I(\zeta). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$u_x^j - iu_y^j = \frac{1}{2G_j} \left[\frac{3-\nu_j}{1+\nu_j} - \{ \overline{\omega}(\bar{\zeta})\Phi_j^I(\zeta) + \Psi_j^I(\zeta) \} \right], \quad u_z^j = \frac{1}{G_j} \text{Re}[\Omega_j(\zeta)]. \quad (8)$$

ここに、 $(\prime)$ は ζ での、 (H) は z での二回微分を表す。また、 $\omega(\zeta)$ は次式で定義される写像関数である。

$$\omega(\zeta) = R(\zeta + m/\zeta), \quad m = (a_1 - b_1)/(a_1 + b_1) \quad (9)$$

式(4),(5),(6),(8)より得られる関係式群を連立させて解くことによって、未知定数が全て求められる。

3. 順解析結果

面内荷重のみが作用した場合の空洞周辺の最大せん断応力の分布を図-4に示す。覆工との境界における4箇所では応力集中が生じているのが分かる。また、図-5は吹き付け厚を何通りかに変化させた場合の水平方向からの角度 θ による $\tau_{max}/\sigma_y^\infty$ の値の分布図である。この図を見ると、 $\delta = (a_1 - a_2)/a_1$ が0.03よりも大きくなっても τ_{max} の最大値を減少させる効果はないことが云える。これは $a_1=5.0\text{m}$ の空洞断面で言えば、15~20 cm 程度の吹き付け厚に相当し、ハンドブック等に見られる経済的な吹き付け厚の限界は20cm程度であると云う事実にはほぼ一致するものとなっている。

4. おわりに

本研究で、覆工を考慮に入れた空洞の順解析が行えることが証明された。従来までの素掘状態での解析と組み合わせることで、現場での迅速な逆解析計算に適用できるものと考えられる。また、本紙では面内荷重に対する計算例のみを示したが、同様の計算が面外荷重に対しても可能であり、これらを重ね合わせることで三次元的な解析が行えることになっている。

参考文献

- 1) Muskhelishvili, N.I.: Some basic problem of the mathematical theory of elasticity, pp.171-190, 1953.