

III - A 245

逆解析手法による不均質地盤の材料特性の平均化に関する考察

法政大学 学 龍河 将史
法政大学 正 草深 守人

1.はじめに：近年、逆解析手法は情報化施工の技術の一つとして確立されつつある。本文では、時間に依存しない非線形性を示す地盤材料に対して荷重増分法を導入した逆解析手法について考察する。順解析における地盤材料の非線形な応力-ひずみ関係は、いくつかの区分に分割された接線で近似され、各区分で一時的な線形弾性構成則が仮定できるものとする。同様に、逆問題においても、観測された荷重と変位の非線形な応答を順解析の増分法と同様に考え、荷重変位関係に区分的な線形を仮定する。そして、各増分区分ごとに観測境界条件を導入した剛性方程式を組み立て、推定する材料パラメータに対する応答変位と観測値との差を最小化する境界制御問題として扱う。同時に収束性改善のために推定パラメータの調整を併せて考えた。

2.逆解析手法：有限要素離散系での増分変位は式(1)で与えられる。この計算変位と観測変位の誤差を式(2)で与え、その誤差を最小化する目的関数を式(3)で定義する。

$$\Delta \mathbf{U} = [\mathbf{K}(\mathbf{P})]^{-1} \Delta \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\Delta \mathbf{D} = \mathbf{M} \Delta \mathbf{U} - \Delta \bar{\mathbf{U}} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = \Delta \mathbf{D}^T \Delta \mathbf{D} + \mathbf{f}' \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{M} は計算変位と観測変位を対応付ける論理マトリックスである。また、 \mathbf{f}' は未知のパラメータに対する任意の制約条件であり、たとえば個々の有限要素間の未知パラメータが連続的に滑らかに分布するという仮定などが考えられる。

$$\mathbf{f}' = \phi \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_{ij} (p_i - p_j)^2 \quad (4)$$

ϕ ：ペナルティの大きさを調節する係数

w_{ij} ： i 要素と j 要素が隣接しているとき、 $w_{ij} \neq 0$

i 要素と j 要素が隣接していないとき、 $w_{ij} = 0$

m ：領域内の全要素数

次に、変位 \mathbf{U} を \mathbf{U}^k の近傍で Taylor 展開することにより式(5)が与えられ、同定パラメータ \mathbf{P} に対する計算変位の変化率が式(6)で与えられる。

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^k + \sum_{i=1}^m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial p_i} \delta p_i \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial p_i} = -[\mathbf{K}(\mathbf{P}^k)]^{-1} \frac{\mathbf{K}(\mathbf{P})}{\partial p_i} \mathbf{U} \quad (6)$$

以上の関係式を用いて材料パラメータ \mathbf{P} を同定するための逆解析の基礎方程式が式(7)で与えられる。

$$\left[\mathbf{M} \sum_{j=1}^m \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial p_j} \delta p_j \right]^T \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial p_i} + \phi \sum_{j=1}^m w_{ij} (\delta p_i - \delta p_j) = [\bar{\mathbf{U}} - \mathbf{M} \mathbf{U}^k]^T \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial p_i} + \phi \sum_{j=1}^m w_{ij} (p_j - p_i) \quad (7)$$

さらに、式(7)を実際の計算プログラムとして組み立てるためのマトリックス表示式を示す。式(7)の左辺第1項は計算変位の変化率を \mathbf{G} で表すことにより式(8)が与えられる。

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{M} \sum_{j=1}^m \frac{\partial \Delta \mathbf{U}}{\partial p_j} \delta p_j \right]^T \mathbf{M} \frac{\partial \Delta \mathbf{U}}{\partial p_i} \\ &= \sum_{j=1}^m \left(\left[\mathbf{M} \frac{\partial \Delta \mathbf{U}}{\partial p_j} \right]^T \mathbf{M} \frac{\partial \Delta \mathbf{U}}{\partial p_i} \right) \delta p_j \\ &= \sum_{j=1}^m \mathbf{G}_j^T \mathbf{G}_i \delta p_j \\ &= \mathbf{C}_i^T \delta \mathbf{P} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (8)$$

同様に、式(7)の左辺第2項は、制約条件と推定パラメータとを対応付けるための論理マトリックス \mathbf{L} 、 \mathbf{W} を導入することにより式(9)のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} & \phi \sum_{j=1}^m w_{ij} (\delta p_i - \delta p_j) \\ &= \phi \left\{ \left(\sum_{j=1}^m w_{ij} \right) \mathbf{L}_i^T \delta \mathbf{P} - \mathbf{W}_i^T \delta \mathbf{P} \right\} \\ &= \phi \left\{ \sum_{j=1}^m w_{ij} \mathbf{L}_i^T - \mathbf{W}_i^T \right\} \delta \mathbf{P} \\ &= \mathbf{C}'_i^T \delta \mathbf{P} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (9)$$

さらに、式(7)の右辺の既知項は次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_i &= [\Delta \bar{\mathbf{U}} - \mathbf{M} \Delta \mathbf{U}^k]^T \mathbf{G}_i \\ &+ \phi \left(\mathbf{W}_i^T - \sum_{j=1}^m w_{ij} \cdot \mathbf{L}_i^T \right) \delta \mathbf{P}^k \\ &(i = 1, 2, \dots, m) \end{aligned} \quad (10)$$

式(7)に式(8)、式(9)、式(10)を代入することにより逆問題の基礎方程式が次式のように表される。

$$\bar{\mathbf{C}} \cdot \delta \mathbf{P} = \mathbf{E} \quad (11)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{C}}$ と \mathbf{E} は以下のとおりである。

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_i^T + \mathbf{C}'_i^T \quad \mathbf{E} = [e_1, e_2, \dots, e_m]^T$$

上式を未知パラメータ $\delta \mathbf{P}$ について解くことにより次ステップの更新値 \mathbf{P}^{k+1} が計算される。

$$\mathbf{P}_i^{k+1} = \mathbf{P}_i^k + \lambda R \delta \mathbf{P}_i \quad (12)$$

ここで、 λ は収束加速係数である。また、 R は新たな調整係数であり、Drucker-Pragerの降伏関数式(13)を導入した場合、無次元量の重み関数 R は式(14)のようになる。ここで、 R は(Elastic: $R < 1$; Plastic: $R \geq 1$)の範囲の値をとる。

$$f = \sqrt{J_{2D}} - \alpha I_1 - \kappa = 0 \quad (13) \quad R = \left(\frac{\sqrt{J_{2D}}}{\alpha I_1 + \kappa} \right)^n \quad (14)$$

3. 計算例および考察：まず、本手法による計算プログラムの特性を把握するために、調整係数 ϕ が計算過程に及ぼす影響について調べた。図1に示す仮想地盤モデルに、図のような等分布荷重を作用させた時の変形係数の推定問題を行った。図2はcase5のラインを境にした2層地盤に対して、 ϕ の変化による材料パラメータの推定傾向を示したものである。これにより ϕ を大きくすることで推定パラメータが一様化する傾向が分かった。次に、この傾向を利用して、多層地盤の平均化問題に対する適用性について検討した。図1に対して深度方向に8ケースの層境を設定し、同様の载荷問題を仮定した。図3は物性比（E1/E2）に対する平均物性値の推定傾向を示したもので、上層が柔らかい地層になるほど平均値の低下が顕著になる。また、その層厚が大きくなるにつれて、平均物性値の低下が起きている。次に図4はcase7において地層構成を逆にした場合を併せて示し、簡易式(15)で算定した結果と比較したものである。簡易算定値はどちらの場合も同等に評価するが、本手法では地表面付近に柔な地層が存在する方が、平均値の低下が起きている。これは、応力状態の変化が著しい基礎直下の周辺の領域での地盤物性が基礎より離れた他の領域の物性よりも平均物性値への寄与が高いことを示していると考えられる。このことから、本手法は多層地盤の平均化問題への適用性を示せたと考える。

$$\bar{E} = \frac{\sum E_i \cdot H_i}{\sum H_i} \quad (H_i : \text{層厚}) \quad (15)$$

最後に非線形問題への適用性について検討した。図1と全く同様なモデルに対して増分荷重段階毎の変形係数を逆解析で推定した。観測値は順解析による弾塑性計算により求めたものを使用した。弾性状態（37.5%载荷）までは収束したが、塑性変形を起こす50%载荷以降は許容範囲内で収束せず、推定値の信頼性に問題を残した。しかし、各载荷段階での弾性域と塑性域の境界を推定することができた。このことから局所的な塑性領域の再現が定性的には可能と考える。

4. 結論：提案した逆解析手法は、多層（不均質）地盤における材料定数の平均化の可能性を示した。また、非線形問題に対しては調整係数 R の導入により弾塑性域の境界を表現できることを示した。しかし、依然として解の収束性に問題点を残した。今後は、調整係数 R の取扱いについて更なる検討が望まれる。

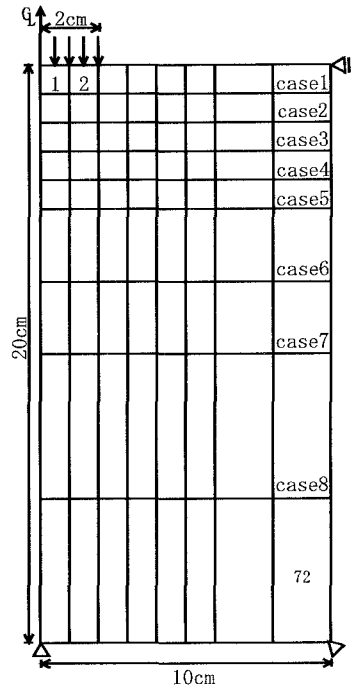


図1 仮想地盤モデル

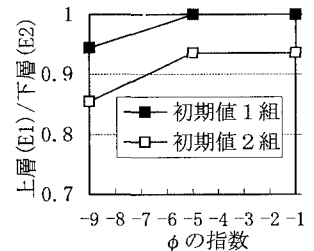


図2 調整係数 ϕ の変化による同定値の推定傾向図

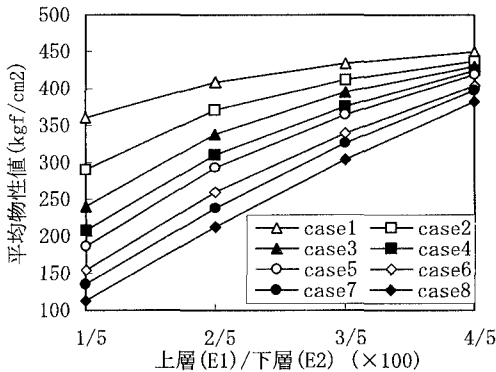


図3 物性比（E1/E2）と同定平均物性値

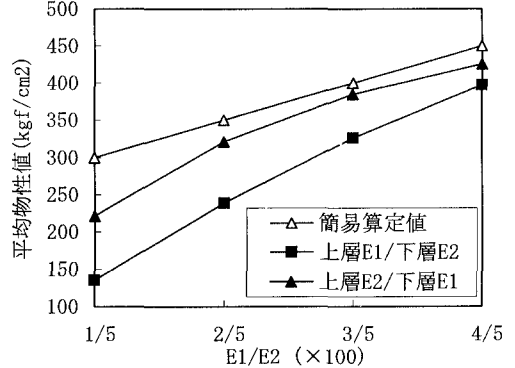


図4 case5での簡易算定値と同定値の比較図（H1:H2=5:15）

[参考文献]

- 1) 山下 亮 蓮井 昭則：岩盤の非弾性的な変形挙動の逆解析法について、土木学会第45回年次学術講演会講演集,1990.
- 2) 大上俊之：一般化逆解析手法と岩盤力学への適用,名古屋大学提出学位論文,1991. 2.