III－A 182

圧密解析における「水に関する境界条件」の一考察

名古屋大学工学部　正会員　野田利弘・浅岡　顕
名古屋大学大学院　学生会員　岩迫　剛

１．はじめに

境界非排水試験において繰返し載荷が行われると、しばしば粘土供試体とメンブレンとの間に水がたまることがある。また、供試体とペデスタルとの間には濾紙がかまされていて、常に供試体上下端部でも水圧が一様に保たれている。このように、飽和粘土の室内試験を水～土骨格連成の境界値問題と捉えると、水圧に関する境界では、必ずしも等水圧線と境界が直交するいわゆるノイマン境界にはなっていないことが分かる。そこで、本報告では、はじめに全水頭（あるいは水圧）場に「等水圧」等の制約条件がある場合の圧密解析の手法を示し、境界非排水３軸試験における粘土供試体とメンブレンやペデスタルとの境界における水圧場の境界条件について考察する。水～土骨格連成有限変形計算はカムクレイモデルを用いて行った。

２．全水頭場（水圧場）に制約条件を設けた水～土骨格連成有限変形計算の定式化の概要

水～土骨格連成式（連続式）で弱形式をとることができるSandhu流の方法に基づいて定式化を示す。
(a)水頭場の制約条件：土骨格の節点の全水頭場$\{h\}$に何らかの制約条件があるとき、次式で表す。

$$C_h\{h\}=0 \qquad (1)$$

例えば、２つの節点A, Bの水頭に「等水頭」条件が課せられていたとすると、式(1)は具体的に次式になる。

$$(1,\ \ -1)\begin{Bmatrix} h^A \\ h^B \end{Bmatrix}=0 \qquad (2)$$

ここに、h^A, h^Bはそれぞれ節点A,Bの水頭である。なお、C_hや$\{h\}$の他の節点の成分表示は省略している。
(b)水～土骨格連成式（連続式）：一般に、連続式の弱形式に有限要素法を適用すると次式になる。

$$\{\delta h\}^T\left[-\mathrm{L}\{\mathbf{v}\}+\mathrm{H}\{h\}+\{\dot{q}\}\right]=0 \qquad (3)$$

ここに、$\{\delta h\}$は任意のベクトル、Lは土骨格の節点の速度場$\{\mathbf{v}\}$から体積変化速度に変換するマトリクス、Hは等水係数を含むいわば間隙水の剛性マトリクス、$\{\dot{q}\}$は単位時間当たりの外部への流出水量である。ところが、水頭場に式(1)（または式(2)）の制約条件が課せられている場合、$\{\delta h\}$には、$C_h\{\delta h\}=0$なる制約があって任意ではない。そこで、Lagrangeの未定乗数法に従うと、C_hの成分のうちすべてゼロではないことから、例えば、式(2)の例では、$\dot{\mu}=\left[-\mathrm{L}\{\mathbf{v}\}+\mathrm{H}\{h\}+\{\dot{q}\}\right]_{点A}/1$なるものをとると、

$$\{\delta h\}^T\left[-\mathrm{L}\{\mathbf{v}\}+\mathrm{H}\{h\}+\{\dot{q}\}-\dot{\mu}C_h^T\right]=0 \qquad (4)$$

が、任意のベクトル$\{\delta h\}$（この例では点Aを除く）について成立し、$\{\delta h\}$の係数がゼロになるべきである。
(c)水頭場の制約条件付き水～土骨格連成方程式：以上の連続式を展開し、力のつり合い式に有限要素法を適用すると、結局解く微分方程式は次式になる。なおここでは簡単のため、後に示す計算例のような初期水圧が均質で位置水頭の影響を無視する場合を仮定して、未知数を水頭場$\{h\}$ではなく水圧場$\{u\}$で表す。

$$\begin{bmatrix} \mathrm{K} & -\mathrm{L}^T & 0 \\ -\mathrm{L} & 0 & -\mathrm{C}_h^T \\ 0 & -\mathrm{C}_h & 0 \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \{u\} \\ \mu \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_w\mathrm{H} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \{\mathbf{v}\} \\ \{u\} \\ \mu \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{f}}\} \\ \{\dot{q}\} \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (5)$$

ここに、Kは土骨格の接線剛性マトリクス、$\{\dot{\mathbf{f}}\}$は単位時間当たりの荷重ベクトル、γ_wは水の単位体積重量。
(d)Lagrange定数の意味：式(4)中の$\dot{\mu}C_h^T$は、$\{\dot{q}\}$（単位時間当たりの流出量）と同じ次元をもち、節点間でその水頭（または水圧）の制約条件を満足するために流れた単位時間当たりの流量となる。

３．境界非排水３軸試験のメンブレンとペデスタルの役割

供試体の軸対称性と上下対称性を仮定し、図１の４分の１断面を用いて、側圧一定の変位制御試験をシミュレートした。ここでは軸ひずみ速度4.9%/minで与え、供試体内部で水圧が不均質となる速い載荷の計算例を

示す。計算に用いたカムクレイ定数は表１に示す。また、計算では供試体の水圧境界に対し、「等水圧」条件を(1)与えない従来の解析、(2)上端のみ、(3)側方部のみ、さらに(4)上端＋側方に与える４種類を考え、結果の挙動を見掛けの１要素挙動として整理した。図２～図４に境界条件の違いによる比較を示す。軸「ひずみ」～軸差「応力」関係は同一であるにもかかわらず、特に図４の(2)と(4)から分かるように境界条件の違いが現れている。図５と図６にそれぞれ(1)と(4)の場合の過剰水圧分布の推移を示す。(4)ではノイマン境界になっていないことが分かる。

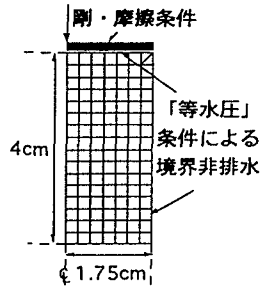

図１　有限要素メッシュ
（軸対称条件）

表１ 材料定数

圧縮指数 λ	0.108
膨潤指数 κ	0.025
ポアソン比 ν	0.3
限界状態定数 M	1.55
初期圧密圧力 p_0'	3 (kgf/cm^2)
初期比体積 $1+e_0$	1.83
透水係数 k	3.7×10^{-8} (cm/sec)

図７には(4)の場合について、ある軸ひずみレベルまでに境界に沿って移動した水の流量収支を示す。なお、図中節点番号とは、境界にある有限要素の供試体中心から半径方向、そして側方中心と見たときの番号を示す。

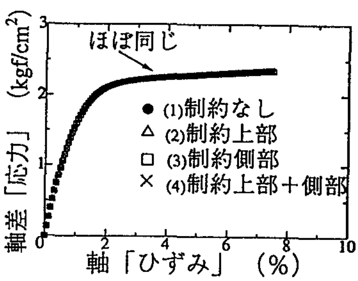

図２　軸「ひずみ」～
軸差「応力」関係

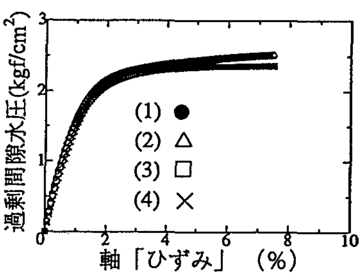

図３　軸「ひずみ」～
過剰間隙水圧関係

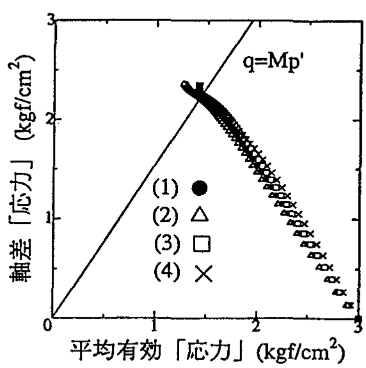

図４　有効応力経路

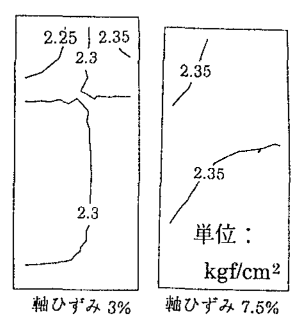

図５　間隙水圧分布（制約なし）

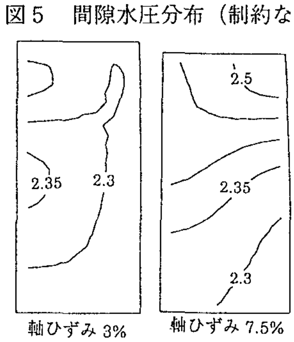

図６　間隙水圧分布（上端と側方）

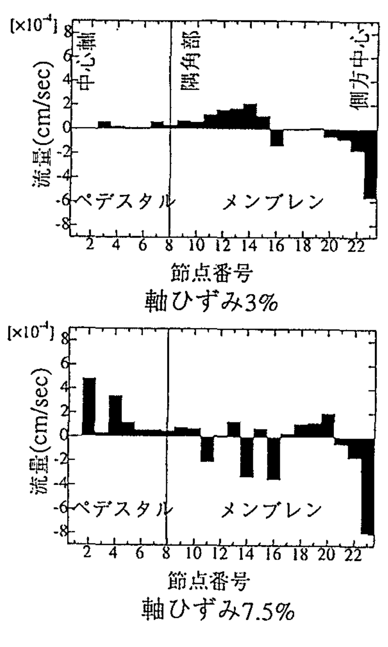

図７　流量分布

４．おわりに

補強材を理想化して速度場に「距離不変」の制約条件を入れて行う補強土の安定・変形計算[1)]において、その補強材は土に比べ無限大の剛性を持つものと仮定する。この意味で、本計算で示した制約条件は、境界に粘土に比べ無限大の透水係数があることに対応している。また、被圧帯水層をもつ地盤の圧密計算も可能である。

<参考文献>　1)浅岡他(1996)：速度場に制約条件を与えて得られる荷重／変位境界条件とその応用、第31回地盤工学研究発表会.