

III-A 69

限界状態論に基づく地盤材料の降伏関数の一般化と構成方程式に関する研究

パウアー ジャパン(株) 正 中村 慎一郎

法政大学 工学部 正 草深 守人, 学 板垣 敏章, 学 柏木 克紀

1.はじめに:自然堆積粘土のせん断挙動は一般に複雑多岐にわたり、あらゆる種類の土の統一的な構成方程式を構築することはほとんど不可能に近いとされている。このため、構成方程式に関する多くの研究では土の種類、堆積過程、含水状態、排水条件等を限定し、それらを組み合わせることによって行われている。近年は、土質材料の弾塑性構成方程式として限界状態論に基づくモデルの利用が一般化されつつある。本研究では、限界状態論に基づき、一般的な土質試験によって、必要な材料定数を決定する降伏関数を提案し、またその実用性を評価・検討するために直接基礎の模型実験を行い、この実験に対する有限要素解析を行った。

2.過圧密粘土の非排水せん断における降伏点の軌跡:Fig.1は、飽和粘性

土の「平均応力 p 、偏差応力 q 、間隙比 e 」空間における応力状態を示している。正規圧密粘土を非排水せん断するとき、その応力状態は、 \widetilde{EH} , \widetilde{FI} , \widetilde{GJ} のような経路を通り、それぞれ点 H, I, J で限界状態に達する。一方、過圧密粘土(B点)を非排水せん断するとき、その応力状態は、非排水平面 $EHNP$ と弾性壁面 $ABCDKD'C'B'$ の交線上を経て点 B' に至り、その後は正規圧密粘土と同じ経路 $\widetilde{B'H}$ に沿って限界状態に達する。点 C, D に関してもB点の場合と同様になる。一般的に、等方応力状態において、除荷経路 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ と経過した後、 D 点から再負荷をした場合、その後の応力経路は $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ となり、同じ経路を通過することが知られている。このことは、弾性壁面内において粘土は弾性的な挙動を示すことを意味している。正規圧密粘土はせん断を加えた直後より降伏していることから、 \widetilde{EH} , \widetilde{FI} , \widetilde{GJ} 上の点は、全て降伏曲面上の点である。したがって、点 B', C', D' は A 点から除荷した過圧密粘土にせん断応力を負荷したときの降伏点を表していることがわかる。このような点の集合は降伏曲面上に曲線 $AB'C'D'K$ のような軌跡を描く。このことは $p \sim q$ 平面上において

Fig.2 のように表される。さらに、点 E, F, G における除荷・再負荷曲線からも曲線 $AB'C'D'K$ に相似な曲線が描けるはずである。また Fig.2において、点 B', C', D' の平均主応力値 p_B, p_C, p_D は、等方圧密試験による、正規圧密曲線および除荷・再負荷曲線の方程式により求めることができる。

本研究では、粘土がせん断によりひずみ硬化を起すとき、その応力点は上記に述べたような曲線 $AB'C'D'K$ に相似な曲線群(連続的に存在する移動降伏曲線)上を移動するものと考え、これらの曲線群によって表される曲面を降伏関数として仮定することにした。

3. 横円による降伏曲面の近似: 降伏関数の形状は、前述の B', C', D' のような点を実際の非排水応力経路上にプロットすることにより明らかとなる。しかしながら、 B', C', D' のような点を得るには、特定範囲内の圧密応力に対して、より多くの非排水経路を必要とすることが判明した。したがって、存在するデータのみを使用して降伏関数の形状を推定する方法として、非排水応力経路($p \sim q$ 平面)が、異なる圧密応力に対して互いに相似形である性質を利用して補間する方法について考察した。

Fig.3 に示す降伏曲面と任意の等方圧密応力 p_0 に対する弾性壁面との交線 $\widetilde{AL'}$ を平面上に投影した Fig.4 に示す曲線 $\widetilde{AL'}$ は、 $p \sim q$ 平面上での降伏キャップを表す。この降伏キャップと限界状態線との交点 L' を通る非排水応力経路を $\widetilde{QL'}$ とし、このときの等方圧密応力を p'_0 とする。点 L' での等方圧成分 p' に等しい p 軸上の点 L を通る直線 $\overline{LL'}$ は、Fig.3 の弾性壁面 $AL'K$ と非排水平面 $QL'RS$ の交線である。このとき曲線 $\widetilde{AL'}$ を式(1)で表される横円(Fig.4)の一部として仮定した。

$$\frac{(p - p')^2}{(p_0 - p')^2} + \frac{q^2}{(Mp')^2} = 1 \quad (1)$$

さらに、 p' が p_0 の値によって変化することから、 p' と p_0 の関係について考察してみた。

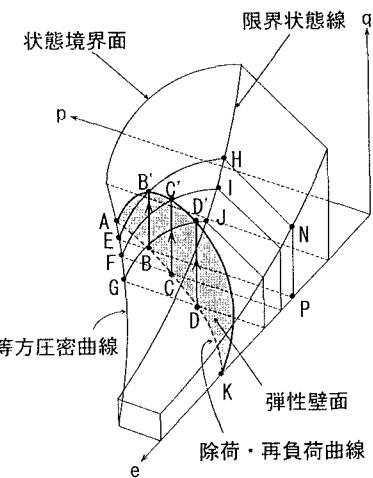
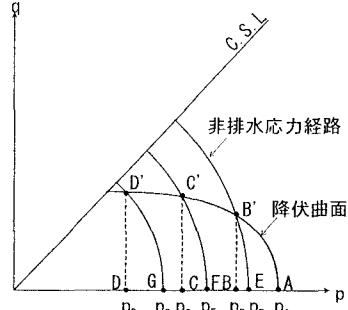


Fig. 1: 状態境界面と圧密-吸水膨張-非排水せん断応力経路

Fig. 2: p - q 平面上における降伏点の軌跡

4. 材料定数 a の導入: 正規圧密粘土の非排水応力経路を、点 $O(s, t)$ を中心とする円弧 QL' (Fig. 4) によって近似するとき、限界状態線の傾きを M として、点 L' の平均主応力値 p' は次式で表される。

$$p' = \frac{s + Mt + (s + Mt)^2 - (1 + M^2)\{s^2 - (p'_0 - s)^2\}}{1 + M^2} \quad (2)$$

一方、正規圧密曲線および圧密応力 p_0 の試料に関する除荷・再負荷曲線から、 p' は次式で表される。

$$\ln(p') = \left(\frac{V_\kappa - N + \lambda \ln(p'_0)}{\kappa} \right) \quad (3)$$

式(2)および式(3)の p'_0 に任意な値を代入して、両式の p' を一致させる方法により p' と p_0 の関係を求めた。その結果、 p'/p_0 が、ほぼ一定の値をとることから、これを提案するモデルの材料定数として位置付け、これを次式で定義する新たな材料定数 a として導入した。

$$a = p'/p_0 \quad (4)$$

5. 提案した降伏関数: 式(1)および式(4)より、提案した降伏関数 f は次の式で表される。

$$f = a^2 M^2 p^2 - 2a^3 M^2 p p_0 + a^2 (2a - 1) M^2 p_0^2 + (1 - a)^2 q^2 = 0$$

上式で提案した降伏関数は、新たに導入した材料定数 a を $a = 0.5$ と置くことによって、修正 Cam-Clay モデルを表すことができる。この意味から、提案する降伏関数は、従来の Cam-Clay モデルあるいは修正 Cam-Clay モデルの自然な拡張となっており、より一般化された降伏基準と解釈できる。

6. 実験値と計算値の比較: 提案した降伏関数の実用性を評価・検討するために、直接基礎の模型実験の結果と、その有限要素解析結果を、基礎の「荷重～沈下量」関係において比較した。模型実験地盤は、脱気した粘土を $\phi 200 \times 200$ の圧密槽内で圧密することにより作成し、また圧密応力は $1.25, 1.75, 2.25 \text{ kgf/cm}^2$ の3種類とした。試料の材料定数は、三軸非排水試験および等方圧密試験より $M = 1.483, \lambda = 0.114, \kappa = 0.009, a = 0.6$ と決定された。また、ボアソン比は $\nu = 0.25$ とした。例として、圧密応力 1.25 kgf/cm^2 の試料における、排水条件および非排水条件での実験結果と計算結果をそれぞれ、Fig.5 および Fig.6 に示す。

7. 結論: 1. 限界状態論に基づく土の降伏関数を新たに提案し、必要な材料定数の評価方法を明らかにした。2. 新たに提案した降伏関数は、従来の Cam-Clay および修正 Cam-Clay モデルのより一般化されたものであることが判明した。3. 提案する降伏関数を用いた構成方程式が具体的に示され、かつそれに従った数値解が排水、非排水の両条件で、実験値をよく説明することを示した。

[参考文献]

- 1) C.S.Desai and H.J.Siriwardane, Constitutive Laws for Engineering Materials, (Prentice-Hall, 1984)
- 2) Wood,D.M., Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics, (Cambridge University Press, 1990)

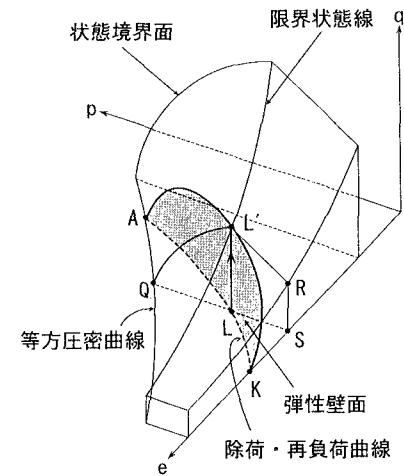


Fig. 3: 降伏キャップと限界状態線上の点 L' を通る非排水平面 $QL'RS$

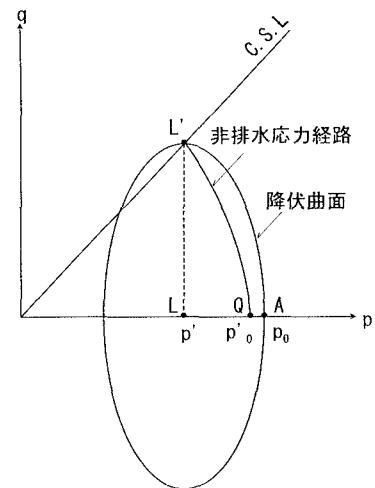


Fig. 4: 降伏キャップの数学モデル

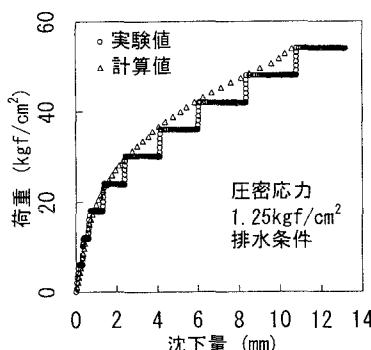


Fig. 5: 基礎の「荷重～沈下量」関係

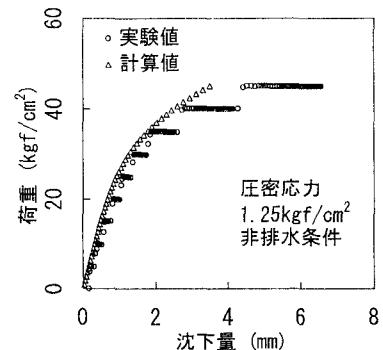


Fig. 6: 基礎の「荷重～沈下量」関係