

東京大学 正会員 龍岡文夫・小高猛司

はじめに： 砂や礫の弾性ひずみ増分に対する有効応力で定義したヤング率は、圧力が増加すると増加する。直方体供試体を用いて軸応力 $\sigma'_v$ と側方応力 $\sigma'_h$ を独立に制御して微小な繰返し載荷を広い応力状態で行った試験によると、鉛直方向のヤング率 $E_v = (d\sigma'_v/d\varepsilon_v)$ はほぼ $\sigma'_v$ だけの、水平方向のヤング率 $E_h = (d\sigma'_h/d\varepsilon_h)$ はほぼ $\sigma'_h$ だけの関数である<sup>1) 2)</sup>。また、ボアソン比 $\nu_{vh} = -d\varepsilon_h/d\varepsilon_v$ は主応力比 $R = \sigma'_v/\sigma'_h$ の関数である。従って、異方応力状態では必然的に異方弾性になるので、「土の弾性変形特性は弾性であり、 $E$ は $\sigma'_3$ の関数」と仮定するのは<sup>3)</sup>、誤りである。また、堆積軟岩の $E$ の圧力レベル依存性も、泥岩から砂岩になるほど高くなる<sup>4)</sup>。

一方、拘束圧（全応力） $\sigma_h$ 一定の非排水三軸試験で飽和地盤材料の弾性変形特性を測定する場合、有効応力 $\sigma'_v$ 、 $\sigma'_h$ の変化は異方性の影響を受けて、全応力増分で定義したヤング率はこの影響を受ける。

**非排水三軸試験での弾性ヤング率：** 対称軸が鉛直である直交異方体が、水平二方向の主応力が一致する場合の弾性ひずみ増分は、

$$d\varepsilon_v = d\sigma'_v/E_v - 2\nu_{hv} \cdot (d\sigma'_h/E_h) \quad (1a), \quad d\varepsilon_h = (1 - \nu_{hv}) \cdot (d\sigma'_h/E_h) - \nu_{vh} \cdot (d\sigma'_v/E_v) \quad (1b)$$

で与えられる。ここで、 $v, h1, h2$ を三主方向として

$$\nu_{vh} = -(d\varepsilon_h/d\varepsilon_v) (d\sigma_v \neq 0, d\sigma_{h1} = d\sigma_{h2} = 0), \quad \nu_{hv} = -(d\varepsilon_v/d\varepsilon_h) (d\sigma_{h1} \neq 0, d\sigma_v = d\sigma_{h2} = 0)$$

$$\nu_{hh} = -(d\varepsilon_{h2}/d\varepsilon_{h1}) (d\sigma_{h1} \neq 0, d\sigma_v = d\sigma_{h2} = 0) \quad (2)$$

である。従って、等体積条件 $(d\varepsilon_v + 2 \cdot d\varepsilon_h = 0)$ の時の有効主応力の増分の比の負値は、

$$x = -(d\sigma'_h/d\sigma'_v) = (1/2) \cdot (E_h/E_v) \cdot \{(1 - 2\nu_{hv})/(1 - \nu_{hh} - \nu_{vh})\} \quad (3)$$

となる。 $x$ の値と有効応力経路の関係を図1に示す。等方物質では常に $x = 1/2$ である。

今、 $E_v$ は $\sigma'^m$ に $E_h$ は $\sigma'^{m'}$ に比例し（すなわち、 $E_v/E_h$ が $R^m$ に比例し）、等方応力状態では弾性が等方になる固有等方物質を仮定する。弾性 compliance matrix が対称になる場合、弾性ボアソン比は、

$$\nu_{vh} = \nu_0 \cdot R^{m/2}, \quad \nu_{hv} = \nu_0 \cdot (1/R)^{m'/2}, \quad \nu_{hh} = \nu_0 \quad (4)$$

と表せられる<sup>5)</sup>。

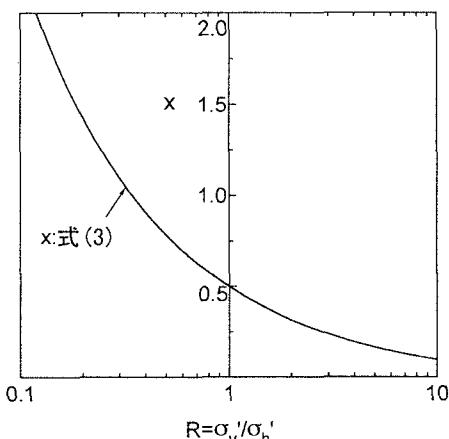
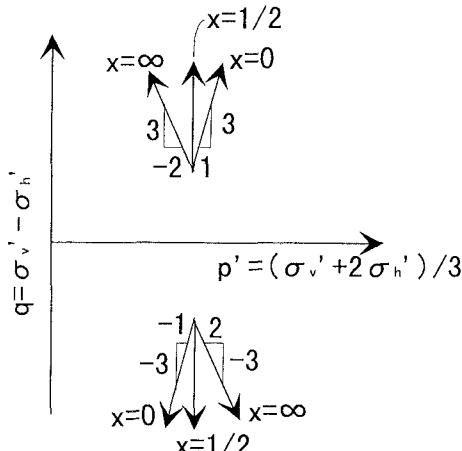


図1:  $x = -(d\sigma'_h/d\sigma'_v)$ と非排水有効応力経路 図2:  $x = -(d\sigma'_h/d\sigma'_v) \sim R$  関係 ( $\nu_0 = 0.15, m = 0.5$ )

今  $\nu_0 = 0.15$ ,  $m = 0.5$  である固有等方材料を仮定すると、 $x \sim R$  関係は図2のようになる。三軸圧縮応力状態 ( $R > 1.0$ ) では  $x < 0.5$  になるので  $d\gamma > 0$  の時は  $dp' > 0$  になり、三軸伸張応力状態 ( $R < 1.0$ ) では  $x > 0.5$  になるので  $d\gamma < 0$  の時は  $dp' > 0$  になる。図3は、砂のせん断ひずみ  $\gamma = \varepsilon_v - \varepsilon_h$  の振幅一定の非排水繰り返し三軸試験の有効応力経路と  $q \sim \gamma$  関係である。

図2で、応力点4以降での繰り返し載荷では、完全に弾性状態にはなっていないが、有効応力経路には上記で予想した傾向が見られる。

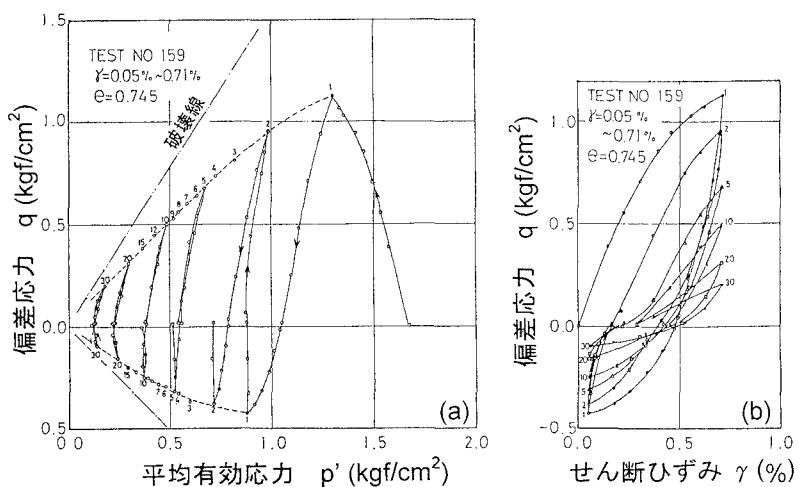
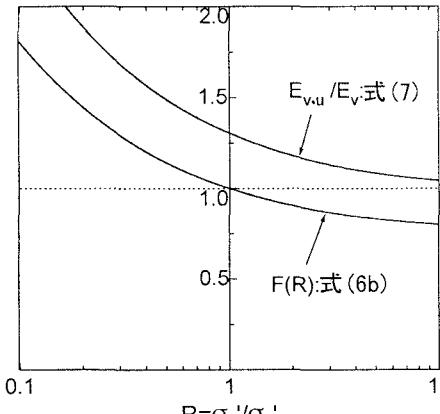
拘束圧  $\sigma_h$  一定の下の微小振幅非排水せん断を行った場合、

$$d\sigma_v = d\sigma'_v + du = d\sigma'_v - d\sigma'_h \quad (5)$$

となる。従って、 $R = \sigma'_v / \sigma'_h$  における非排水状態での見かけのヤング率を求めるとき、(1a)式を用いて、

$$E_{v-u} = d\sigma_v / d\varepsilon_v = (E_{v-u})_0 \cdot (\sigma'_v / \sigma'_h)^m \cdot F(R) \quad (6a)$$

$$F(R) = \left[ \frac{2(1+x)(1+\nu_0)}{3(1+2R^{m/2} \cdot x \cdot \nu_0)} \right]^{1/m} \quad (6b)$$

図3: 砂のひずみ振幅一定繰り返し載荷試験結果<sup>6)</sup>図4: 関数  $F(R)$  と非排水・排水弹性ヤング率の比  $E_{v-u}/E_v$  の  $R$  に対する関係 ( $\nu_0 = 0.15$ ,  $m = 0.5$ )

となる。 $(E_{v-u})_0$  は等方応力  $\sigma'$  の下での  $E_{v-u}$  の値である。固有等方物質では  $F(R=1.0)=1.0$  である。図4に、 $\nu_0=0.15$ ,  $m=0.5$  の時の  $F(R) \sim R$  関係を示す。三軸圧縮応力状態 ( $R > 1.0$ ) で  $F(R) < 1.0$ 、三軸伸張応力状態 ( $R < 1.0$ ) では  $F(R) > 1.0$  になる。従って、非排水・排水弹性ヤング率の比は、

$$E_{v-u}/E_v = F(R) \cdot 1.5/(1 + \nu_0) \quad (7)$$

となり、等方状態でだけ  $E_{v-u}/E_v = 1.5/(1 + \nu_0)$  となり、 $R$  が増加すると 1.0 に近づく(図4)。

**結論:** 弹性ヤング率の拘束圧依存性が高い砂礫や堆積砂岩等では、異方応力状態での弾性変形特性は異方になり、非排水せん断時の過剰間隙水圧の発生の仕方はその影響を受ける。従って、拘束圧一定の三軸試験で測定される「非排水弹性ヤング率  $E_{v-u} = d\sigma_v/d\varepsilon_v$ 」と「排水弹性ヤング率  $E_v = d\sigma'_v/d\varepsilon_v$ 」の比は、主応力比  $\sigma'_v/\sigma'_h$  の増加に従って減少して 1.0 に漸近するはずである。

**参考文献:** 1)蒋ら(1996):レキの広範囲な応力状態に…、地盤工学会(北見), 2)Hoque et al.(1995): Inherent and stress-induced anisotropy …, Proc. of IS Tokyo '95, 1, pp.277-282. 3) Duncan & Chang(1970): Non-linear analysis …, Proc. of ASCE, 96-SM3, pp.453-469. 4)龍岡ら(1996):原位置調査と…、地盤工学会(北見), 5)Tatsuoka et al.(1994), Stiffness of hard soils …, Proc. of IS Hokkaido '94, 2, pp. 947-1063. 6)龍岡文夫(1972):三軸せん断装置による…、東京大学博士論文.