

III-A 14 下負荷面および回転硬化の概念に基づく 土の弾塑性構成式

九州大学農学部 正会員 橋口公一
同上 陳 忠平

1. まえがき

1960年代以降、種々の繰返し塑性モデルが提案されている。これらの中で、特に下負荷面モデルは、関連流動則に従い、連続性条件、滑らか条件および仕事率・剛性緩和を満たすとともに、Masing効果を合理的に表し、繰返し負荷挙動の予測に適用できる数学的な構造を有している。本研究では、下負荷面の概念を導入し、また、異方性の発達を表現するため、降伏面の回転すなわち回転硬化の発展則を定式化して、土の弾塑性構成式を規定した。また、この構成式を適用して砂の変形挙動の予測を行い、実測値との比較により、その妥当性を実証した。

2. 構成式

下負荷面は正規降伏面に相似であるとし、次式で表わされると仮定する。

$$f(\bar{p}, \bar{\chi}) = RF(H), \quad f(\bar{p}, \bar{\chi}) = \bar{p}g(\bar{\chi}),$$

ここに、 σ を応力として

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &\equiv \sigma - \bar{\alpha}, \quad \bar{p} \equiv -\frac{1}{3} \text{tr} \bar{\sigma}, \quad \bar{\sigma}^* \equiv \bar{\sigma} + \bar{p}I, \quad \bar{\eta} \equiv \bar{Q} - \beta, \quad \bar{Q} \equiv \frac{\sigma^*}{\bar{p}}, \quad \bar{\chi} \equiv \frac{|\bar{\eta}|}{\bar{m}}, \\ \bar{m} &= \frac{2\sqrt{6} \sin \phi}{3 \{1.1 - 0.1 \sin^2 3\bar{\theta}_\sigma\} - \sin \phi \sin 3\bar{\theta}_\sigma}, \quad \sin 3\bar{\theta}_\sigma \equiv -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \bar{\eta}^3}{|\bar{\eta}|^3}. \end{aligned} \quad (1)$$

R は正規降伏面に対する下負荷面の大きさの比、 $F(H)$ は等方硬化関数であり、具体的に次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F &= F_0 \exp\left(-\frac{H}{\rho - \gamma}\right), \quad \dot{H} = D_v^p + \mu |D^{p*}| \left(m_d - \frac{|\sigma^*|}{\bar{p}}\right), \\ m_d &= \frac{2\sqrt{6} \sin \phi_d}{3 \{1.1 - 0.1 \sin^2 3\theta_\sigma\} - \sin \phi_d \sin 3\theta_\sigma}, \quad \sin 3\theta_\sigma \equiv -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \sigma^{*3}}{|\sigma^*|^3}. \end{aligned} \quad (2)$$

$\phi, \phi_d, \rho, \gamma, \mu$ は材料定数である。また、 β は正規降伏面、下負荷面の回転を表す無次元変数であり、その発展則を次式で与える。

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= b_r |D^{p*}| |\bar{\eta}| \bar{\eta}_b, \quad \bar{\eta}_b = \bar{m}_b \bar{t} - \beta, \quad \bar{t} \equiv \frac{\bar{\eta}}{|\bar{\eta}|}, \quad \bar{m}_b = \frac{2\sqrt{6} \sin \phi_b}{3 \{1.1 - 0.1 \sin^2 3\bar{\theta}_\sigma\} - \sin \phi_b \sin 3\bar{\theta}_\sigma} \quad (3) \\ b_r &\text{は材料定数であり、また、} D^{p*} \text{は偏差塑性ストレッチングである。さらに、相似中心} s \text{の移動則を次式} \\ &\text{で与える。} \end{aligned}$$

$$\dot{s} = c |D^p| (\sigma - s) + \frac{1}{F} \left\{ \dot{F} - \text{tr} \left(\frac{\partial f(p_s, \chi_s)}{\partial \beta} \beta \right) \right\} s$$

$$f(p_s, \chi_s) = p_s g(\chi_s), \quad g(\chi_s) = 1 + \chi_s^2, \quad p_s \equiv -\frac{1}{3} \text{tr} s, \quad s^* \equiv s + p_s I, \quad \eta_s \equiv Q_s - \beta, \quad Q_s \equiv \frac{\sigma_s^*}{p_s},$$

$$\chi_s \equiv \frac{|\eta_s|}{m_s}, \quad m_s = \frac{2\sqrt{6} \sin \phi}{3 \{1.1 - 0.1 \sin^2 3\theta_s\} - \sin \phi \sin 3\theta_s}, \quad \sin 3\theta_s \equiv -\sqrt{6} \frac{\text{tr} \eta_s^3}{|\eta_s|^3}. \quad (4)$$

c は材料関数である。

塑性ストレッチング D^p は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} D^p &= \lambda \bar{N} = \frac{\text{tr}(\bar{N} \dot{\sigma})}{D_p} \bar{N} \quad (\lambda > 0), \quad \bar{N} \equiv \frac{\partial f(\bar{p}, \bar{\chi})}{\partial \sigma} / \left| \frac{\partial f(\bar{p}, \bar{\chi})}{\partial \sigma} \right|, \\ D_p &\equiv \text{tr}(\bar{N} \dot{\alpha}) + \text{tr}(\bar{N} \dot{\sigma}) \left\{ \frac{F'}{F} h - \frac{1}{RF} \text{tr} \left(\frac{\partial f(\bar{p}, \bar{\chi})}{\partial \beta} \beta \right) + \frac{U}{R} \right\}, \\ \bar{\alpha} &\equiv \frac{\dot{\alpha}}{\lambda} = (1-R)z - Us, \quad F' \equiv \frac{dF}{dH}, \quad h \equiv \frac{\dot{H}}{\lambda}, \quad b \equiv \frac{\dot{\beta}}{\lambda} = b_r |\bar{N}^*| |\bar{\eta}| \bar{\eta}_b, \end{aligned}$$

$$z \equiv \frac{\dot{s}}{\lambda} = c \tilde{\sigma} + \frac{1}{F} \left\{ F'h - \text{tr} \left(\frac{\partial f(p_s, \chi_s)}{\partial \beta} b \right) \right\} s, \quad \bar{N}^* \equiv \bar{N} - \frac{1}{3}(\text{tr} \bar{N})I \quad (5)$$

3. 実測値との比較

(1) 排水試験：Fig.1-3にHostun砂の排水試験との比較を示す。

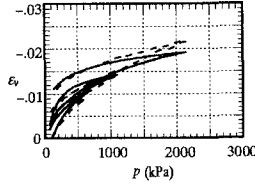


Fig.1 Cyclic isotropic loading by the true triaxial test apparatus

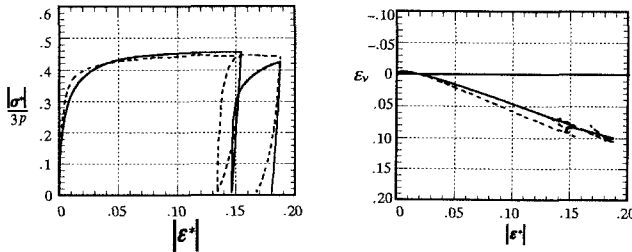


Fig.2 Axisymmetric compression with a constant lateral stress by the true triaxial test apparatus

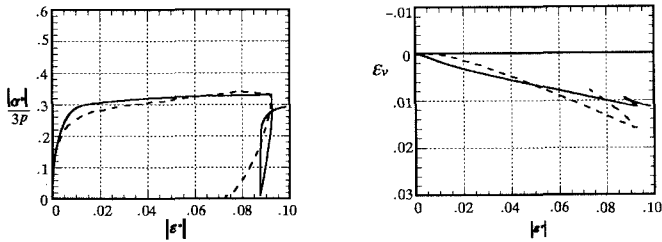


Fig.3 Axisymmetric extension with a constant lateral stress by the true triaxial test apparatus

(2) 非排水試験：Fig.4にBanding砂の単調負荷、Fig.5に新潟砂の応力振幅一定繰返しの非排水試験との比較を示す。

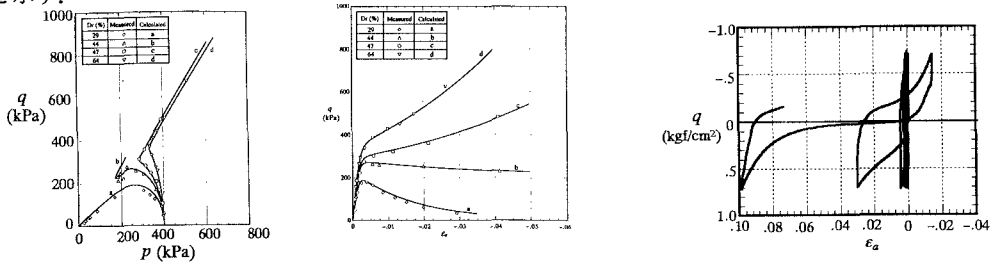


Fig.4 Undrained behavior of Banding sand

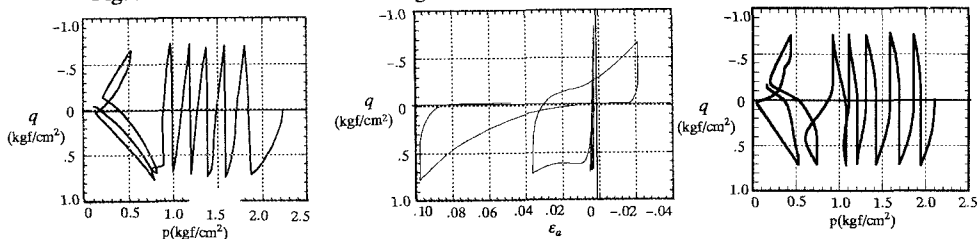


Fig.5 Measured cyclic mobility of loose Niigata sand (after Tatsuoka or Tatsuoka and Ishihara)