

III-A 10

土質材料の分岐点探査法

東北大学 学生会員 山川 優樹
 同上 正会員 池田 清宏
 同上 正会員 柳沢 栄司

1. 研究背景・目的

粒状体の滑り線形成、破壊のメカニズムが分岐により支配されていることが明らかになってきており、例えば、Ikeda・Goto¹⁾は、粒状体の挙動に及ぼす不確定要因を初期不整として捉え、実験や解析結果に基づき分岐方程式のパラメータを求めることにより応力-ひずみ曲線を近似する漸近近似法を提案している。また、分岐現象は系が持つ対称性を階層的に喪失する過程であることに着目し、砂の円筒供試体の対称性の分岐階層構造の仕組みと応力-ひずみ曲線の関係についての研究²⁾がなされている。しかし、実験結果に対して漸近近似法を適用する際には、複数（10ケース以上）の応力-ひずみ曲線を要し、またサンプル毎の分岐モードの違いを考慮することができないという問題点があった。

本研究ではこうした問題点を解決するべく、単一の応力-ひずみ曲線から分岐点を探査する手法を提案する。この手法は、分岐点の位置の理論的決定を容易にし、更に、漸近近似法において複数の分岐点の存在を考慮し、観察に頼っていた多段階の分岐の判別を理論的に検証しようというものである。

2. 分岐点探査法

土の三軸圧縮試験で計測される軸方向変位（ひずみ）ような客観的な変位は、分岐モードに対応する変位の2乗のオーダーの大きさの関係にあり、この変位についての分岐方程式は、

$$\left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{1/2} \delta P + p \left| \delta u - \frac{\delta P}{E} \right|^{3/2} + q \varepsilon + h.o.t. = 0 \quad (1)$$

で与えられる³⁾。ここに、 ε は初期不整変数、 $\delta u = u - u_c^0$ 、 $\delta P = P - P_c^0$ 、 u は変位、 P は荷重パラメータ、点 (u_c^0, P_c^0) は完全系（初期不整ゼロ）の分岐点である。 p, q, E はパラメータで、これらを決めることで応力-ひずみ曲線を近似できる。

分岐点から下ろした勾配 $-h_i$ の直線 $\delta P + h_i \delta u = 0$ と式(1)の直線との交点での変位の値は、

$$\delta u \Big|_{\delta P + h_i \delta u = 0} = \frac{\text{sign}(\delta u) \cdot (q \varepsilon)^{2/3}}{\left[1 + \frac{h_i}{E} \right]^{1/2} \left[h_i + p \left(1 + \frac{h_i}{E} \right)^{3/2} \right]^{2/3}} \quad (2)$$

と求まる。 $i=1, 2, \dots$ と数本の直線を考え、式(2)を複数組連立して解くことにより、パラメータ p, q, E の値の組が複数個求まる。直線を分岐点から下ろしたときのみこれらのパラメータの値が一致するので、一致の程度の指標としてパラメータの値の分散を取ると、分散の値が最も小さくなる点として分岐点の位置が推定でき、同時に式(1)の全てのパラメータ p, q, E の値が得られる。実験や解析によって得られた応力-ひずみ曲線に上記の手法を適用することにより、分岐点およびパラメータが求められ、これを式(1)に代入することにより、応力-ひずみ曲線を近似できる。

3. 砂の三軸圧縮試験結果への適用

砂の三軸圧縮試験により得られた応力-ひずみ曲線に対し分岐点探査法を適用する。この実験²⁾では、供試体が系の対称性を階層的に喪失していく過程が円筒系の低周波変形モードの分岐理論⁴⁾により整理されており、また、供試体の形態変化別に応力-ひずみ曲線が分類されている。これらの分岐点の位置を本手法により調べることで、観察による分岐モードの判別と比較・検証する。

(1) 供試体の形態変化

初期段階の分岐による供試体の形態変化が、応力-ひずみ曲線や最終的な耐荷力と密接な関わりを持つことが確認されている²⁾。そこで、ここでは、形態変化を下のように分類する。

形態変化A : $D_{\infty h} \rightarrow D_{2d} \rightarrow \dots$ （断面が楕円化）、形態変化B : $D_{\infty h} \rightarrow C_{\infty v} \rightarrow \dots$ （上下対称性を喪失）

(2) 分岐点探査

各々の形態変化を示した代表的なサンプル各2ケースについて分岐点探査を行った。図-1に探査により得られたパラメータの分散の分布の一例を示す。1つのサンプルに対し複数の分岐点の存在が確認される。探査により得られた分岐点でのパラメータを式(1)に代入することにより実験曲線を近似し、多段階の分岐の様子を示したものが図-2である。

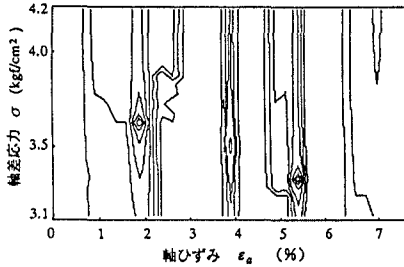


図-1 パラメータの分散の分布

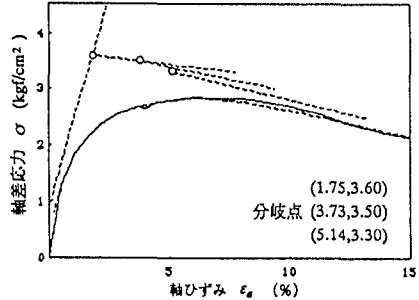


図-2 多段階の分岐 (サンプル No. 6-3)

図-3に探査により得られた分岐点の分布を示す。○, □で示す形態変化Aの分岐点の方が、●, ■で示す形態変化Bよりも全体として高い位置に分布しており、2種類の形態変化A, Bにそれぞれ対応する異なる分岐モードにより供試体の強度（分岐荷重）の大きさが支配されている。そこで、これらの分岐モードが異なる分岐点から派生するものであると判断し、実験曲線を近似したものを図-4に示す。この図から明らかなように、両分岐点の主径路は殆ど一致している。このことは、この現象が、初期不整の値の変動に伴い発現するモードが変動するモード・スイッチング現象に相当するものであり、供試体の強度変動が、(1)モード・スイッチングと(2)初期不整の変動という2つの大きな要因によるものであることを示している。

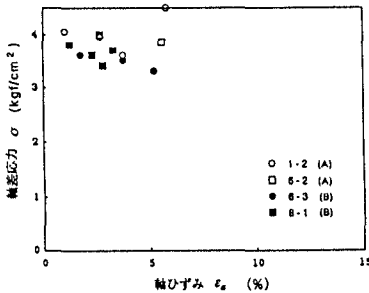


図-3 分岐点の位置の分布

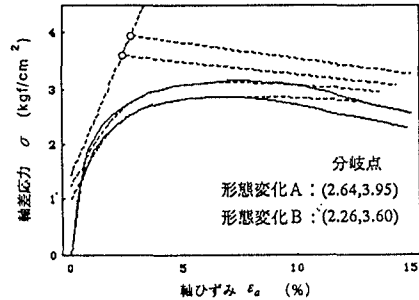


図-4 モード・スイッチング (サンプル No.1-2, 8-1)

4. 結論

砂の三軸圧縮試験で得られた応力-ひずみ曲線に分岐点探査法を適用することにより、複数の分岐点の存在を確認し、供試体の変形・破壊挙動が多段階の分岐に支配されていること、また、モード・スイッチング現象が起きていることを明らかにできた。

【謝辞】

この研究を行うにあたり、砂の強度試験に対し前田記念工学振興財団の、また科学研究費06805038の助成を頂きましたことを心から感謝致します。

【参考文献】

- 1) Ikeda, K., Goto, S. : Imperfection sensitivity for size effect of granular materials, *Soil and Foundations* Vol.33, No.2, pp.157-170, 1993.
- 2) 米原久人: 土のせん断帯発生に関する分岐理論的考察, 東北大学修士学位論文, 1995.
- 3) Ikeda, K., Chida, T., Yanagisawa, E. : Imperfection sensitive strength variation of soil specimens, Preprint, 1996.
- 4) Ikeda, K., Murota, K. : Recursive bifurcation as sources of complexity in soil shearing behavior, Preprint, 1996.