II-362

予測制御理論を適用した洪水制御問題に関する数値解析的研究

中央大学理工学部　学生会員　照井　太一
中央大学理工学部　正会員　　川原　睦人

1　はじめに

ダムは河川水体系全般の正常な機能維持を図る上で重要な役割を持つ事は言うまでもない。その中でも多目的ダムと呼ばれるものは、その名の通りいくつかの目的を果たすべき設備を整えている。我々はこの中でも洪水調節を課題として取り組んできた。

豪雨、融雪等により一時的に流量が増加した場合、上流から下流に至るまでの河川水系全体において洪水による氾濫が起こる可能性がある。特に次の二つの点に着目する。

•ダム貯水池内の水位が急激に上昇した場合、貯水池周辺での氾濫、または越流によるダム構造物の崩壊につながる可能性がある。

•制限以上の流量が河川下流域、つまり居住区域に流出した場合、堤防欠壊の原因となり、生活機能に大きな損害を与える事になる。

これらに対するこの研究目的は、河川下流域を考慮しながら貯水池内の水位変動量を抑えるためにダム水門においてどのように放流すればよいかを知る事である。

多くの変数を含むような制御問題を扱う場合、コンピューターを利用した計算というものは必要不可欠なものである。その計算上の問題点について述べると、

•制御対象時間を全体的に見通し、全体的に最適にしようとする手法であるため、状態量・制御量・外力量をその時間全体に関してデータ保存する必要がある。そのため、多くの記憶容量が必要とされ、現実的な解析を行うためには限界がある。

•制御対象時間全体の状態量、制御量に対して評価し、それが最適であると判断できるまで計算が繰り返されるため、多くの計算時間を要する。

これらの問題点も含め、この洪水制御問題に限らず、土木工学分野における制御問題に適用可能であると考えるものが予測制御法である。

貯水池内の現象は有限要素法を用いて解析する。その水面の挙動は浅水長波方程式によって支配され、有限要素法により離散化し、貯水池内の現象を明きらかにすることで制御の効果を示すものである。

2　基礎方程式

貯水池内の水面の挙動は線形の二次元浅水長波方程式によって表される。

$$\dot{q}_i + gh\zeta_{,i} = 0 \tag{1}$$

$$\dot{\zeta} + q_{i,i} = 0 \tag{2}$$

ここで　q_iは単位幅流量, gは重力加速度, hは水深, ζは水位変動量である。

3　有限要素法

解析領域は任意の三角形有限要素によって分割される。その三角形有限要素について浅水長波方程式から重み付き残差方程式を導き、ガレルキン法によって補間される。それらを重ね合わせ、有限要素方程式はつぎのように表される。

$$[M]\{\dot{x}\} + [H]\{x\} = 0 \tag{3}$$

ここで $\{x\}$ 状態ベクトル, $[M],[H]$ は係数マトリクスである。

有限要素方程式 (6) に対する時間積分を行う。陽的解法を用いて、

$$[\overline{M}]\{x(k+1)\} = [\tilde{M}]\{x(k)\} - \Delta t[H]\{x(k)\} \tag{4}$$

4　予測制御理論

予測制御法の特徴は、何かを制御しようとする時、その現在の時間からある任意の未来時間までの推定された外力に関する情報が得られたとする仮定の下に、その未来時間までの状態量を予測し、それらの情報と予測をもとに現在行われるべき最適操作量が決定できるというものである。つまり、それまで過去にどの様な制御をしたのかに関係なく、ある限られた未来時間内の情報からのみ、その現在での最適な操作量が得られる。計算上、必要な記憶容量はその限られた未来時間内の情報と状態量に関するものだけであることが一つの優れた点である。さらに、時間の進行に対応して逐次その現在の時間における最適操作量を繰り返し計算を施すこともなく決定できるため、従来の方法よりも短い計算時間で解析を行う事ができる。

予測制御法は次のような計算過程が、Δt 毎に繰り返される。

[1] ある観測されたデータから、未来時間（$k+m$　とする）までの流入流量を推定する。

[2] 状態方程式より、推定された流入流量より未来時間内の貯水池内の状態を予測する事ができる。

[3] 設定された目的関数を最小化すべく、その現在の時間での最適な放流量が決定される。

[4] 得られた最適放流量を境界条件として状態方程式に適用し、貯水池内の状態を解析する。

制御問題を議論する際、制御の対象となるものは状態方程式によって表現される。これによって未来の状態量の予測が可能になる。(4) 式の変形であり、離散化された形で表される。

$$\begin{aligned}\{x(k+1)\} &= [\overline{M}]^{-1}([\tilde{M}] - \Delta t[H])\{x(k)\} \\ &= [A]\{x(k)\} + [B]\{u(k)\} + [C]\{f(k)\}\end{aligned} \tag{5}$$

ここで $[A],[B],[C]$ 定係数マトリクス、整数 kは計算上のイタレーションステップ、$x(k)$ は貯水池内の状態量を表すベクトル、$u(k)$ は操作放流量を表すベクトル、$f(k)$ は流入流量を表すベクトルである。

目的関数 Jは制御の目的から決定され、次のような二次形式で表される。第一項は貯水池内の水位変動量を抑え

ようという目的から、第二項はできるだけ小さな操作量でという目的からこの中に含まれ、この目的関数が最小となるときそれが最適制御と言える。

$$\mathbf{J}(k) = \mathbf{X}(k)^T[Q]\mathbf{X}(k) + \mathbf{U}(k)^T[R]\mathbf{U}(k) \qquad (6)$$

ここに $[Q]$ と $[R]$ は重み関数マトリクスである。

最適放流量$\Delta U(k)$ は目的関数を最小化するようなものでなければならない。最適放流量 $U(k)$ は最適性の条件 $\frac{\partial \mathbf{J}(k)}{\partial U(k)} = 0$ から決定される。

5 数値計算例

解析モデルとして山形県にある寒河江ダムの貯水池を適用する。この地域は豪雪地帯でもあり、月山での融雪による流入も多い。寒河江ダムは多目的ダムで、もちろん洪水調節に関する設備も整っている。

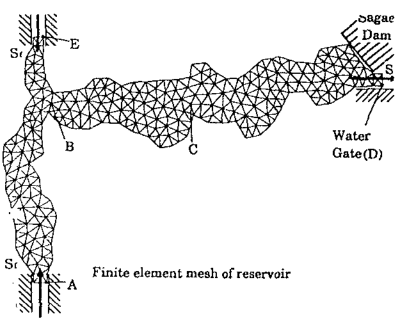


図 1 は寒河江ダムの貯水池の有限要素分割図である。総要素数は 468、総節点数は 311 である。その規模は、東西に約 4.1[km]、南北に約 3.1[km] にわたって広がる。水深は、流入点では約 10.0[m]、最も深い所では約 80.0[m] となっている。

時間増分Δt は 0.6[sec]、解析ステップ数は 288000[$step$] であり、つまり制御対象時間は 48.0[$hour$] となる。予測ステップ数 m は 700[$step$] で、つまり予測未来時間は 7.0[min] であり、常に 7.0[min] 先までを予測しながらの制御解析となる。

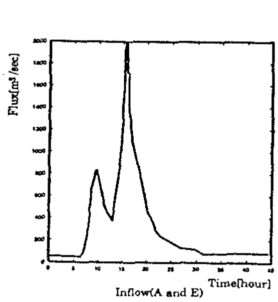


図 2 は有限要素分割図中の A 点と E 点で境界条件として与えられる流入洪水流量の時刻歴である。

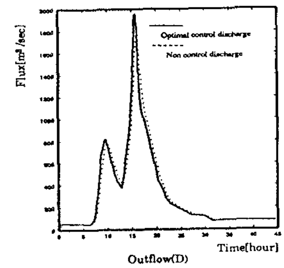
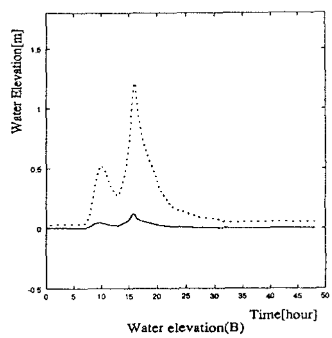
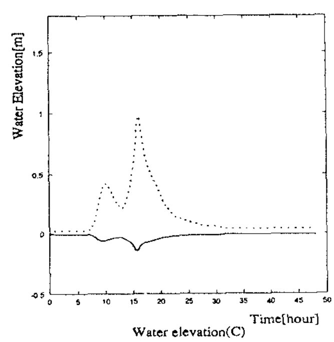


図 3 は有限要素分割図中のダム水門 D 点で境界条件として与えられる放流量の時刻歴である。ここで、実線は予測制御法によって求められた貯水池内の水位変動量を抑えるための最適制御放流量であり、破線は流入した洪水がそのまま流出する場合を意味するものである。そのほかの図は、各観測点での水位変動量をあらわしている。





6 結論

図 3 での放流量はダム水門で制御しうる限りの本研究の目的に対する最適操作放流量であるといえよう。各観測点で水位が抑えられ、制御の効果が表れている。

この解析をより現実的なものとするため、次のような点が挙げられる。

- 貯水池内の状態の推定システムの確立。
- 放流量に拘束条件を与え、下流域を考慮したものとし、それにともなう目的関数の設定に関する検討。