

II-300

透過水制の土砂水理学的機能

東北大学工学部

正会員

泉 典洋

東京工業大学工学部

正会員

池田駿介

University of Minnesota

Gary Parker

1. はじめに

透過水制は河川を制御する重要な一工法として古くより用いられており、その効果については経験的・実験的に実証されている。本報では、透過水制が有する土砂水理学的機能の理論的側面について議論する。なお、ここでいう透過水制は杭出し水制を想定している。

2. 定式化

図-1に示すような河道断面形状を考える。平衡状態では次の関係が成立している¹⁾。

$$\tau_L + q_{BL} = 0, \quad \frac{dq_{BL}}{dy} = \varepsilon - \mathcal{D} \quad (1, 2)$$

ここで τ_L は水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックス、 q_{BL} は横断方向の掃流砂量、 ε は巻き上げ量、 $\mathcal{D}$ は堆積量を表す。 τ_L 、 q_{BL} 、 ε についてはParker¹⁾の定式化を改良した泉・池田²⁾の定式化を、 $\mathcal{D}$ 、 ε_y 、 ε_z についてはParker³⁾の定式化を用いて次のように表す。

$$\tau_L = -\varepsilon_y \frac{d\zeta}{dy} + \varepsilon_y \frac{v_*}{\varepsilon_z} \zeta \frac{dD}{dy}, \quad q_{BL} = 1.85\tau_*^2 \frac{dD}{dy} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (3, 4)$$

$$\varepsilon = 0.001\tau_*^2 R_f v_s, \quad \mathcal{D} = v_s^2 \varepsilon_z^{-1} \zeta, \quad \varepsilon_y = 0.13u_*^* D_c, \quad \varepsilon_z = 0.077u_*^* D_c \quad (5, 6, 7, 8)$$

ここで ε_y 、 ε_z はそれぞれ鉛直方向、横断方向の浮遊砂拡散係数、 ζ は水深方向に積分した浮遊砂濃度、 v_s は浮遊砂の沈降速度、 τ_*^2 はシールズストレス、 D は水深、 R_s は砂粒子の水中比重、 g は重力加速度、 D_s は砂の粒径、 R_f は無次元沈降速度 $f(=v_s(R_s g D_s)^{-1/2})$ 、 u_*^* は河道中央での摩擦速度、 D_c は河道中央での水深である。

水制域($0 \leq y \leq y_j$)及び非水制域($y \geq y_j$)での底面剪断力はそれぞれ

$$\tau = \rho g D S \left[1 + \frac{1}{2} C_D C_f^{-1} a D \right]^{-1} \quad (0 \leq y \leq y_j), \quad \tau = \rho g D S \quad (y \geq y_j) \quad (9, 10)$$

と表すことができる³⁾。ここで ρ は水の密度、 S は流下方向の河床勾配、 C_D は透過水制の抗力係数、 C_f は河床の抵抗係数、 a は単位河床面積当たり存在する杭の幅である。また、添字 j は接続点での値を表す。式(10)では分母分子の両方に未知変数である水深 D が存在するため解析が非常に煩雑になる。簡便のために次のような近似を用いる。

$$\tau = \rho g D S \left[1 + \frac{1}{2} C_D C_f^{-1} a D_j \right]^{-1} \quad (0 \leq y \leq y_j) \quad (11)$$

ここで D_j は水制域と非水制域の接続点での水深である。

水際線では水深、横断方向の掃流砂量及び浮遊砂フラックスが全て零となる。従って次式が成り立つ。

$$D = q_{BL} = \tau_L = 0 \quad \text{at } y = 0 \quad (12, 13, 14)$$

河道中央では浮遊砂濃度及び水深が一定値となり横断方向の浮遊砂フラックス及び掃流砂量が零となる。

$$\zeta = \zeta_c, \quad D = D_c, \quad \tau_L = q_{BL} = 0 \quad \text{at } y = B/2 \quad (15, 16, 17, 18)$$

ここで B は川幅である。

3. 解法

次のような代表値及び無次元変数を導入する。

$$\bar{\tau}_L = \varepsilon_y \zeta_c B^{-1}, \quad \bar{q}_{BL} = 1.85\tau_*^2 D_c B^{-1} (R_s g D_s^3)^{1/2} \quad (19, 20)$$

$$s = \frac{D}{D_c}, \quad \eta = \frac{y}{B}, \quad Z = \frac{\zeta}{\zeta_c}, \quad \sigma = \frac{\tau}{\tau_c} \quad (21, 22, 23, 24)$$

上記の無次元化及び(3)-(11)によって(1), (2)は次のように書き直せる。

$$\frac{dZ}{d\eta} - MZ - K\sigma^2 \frac{ds}{d\eta} = 0, \quad \gamma \frac{d}{d\eta} \left(\sigma^2 \frac{ds}{d\eta} \right) = \lambda Z - \sigma^2, \quad \sigma = \begin{cases} s & \eta \geq \eta_j \\ \frac{s}{1+\chi} & 0 \leq \eta \leq \eta_j \end{cases} \quad (25, 26, 27)$$

ここで

$$M = \frac{v_s D_c}{\varepsilon_z}, \quad K = \frac{\bar{q}_{BL}}{\bar{\tau}_L}, \quad \gamma = \frac{\bar{q}_{BL}}{B \varepsilon_z}, \quad \lambda = \frac{\mathcal{D}_c}{\varepsilon_z} = 1, \quad \chi = \frac{C_D a D_j}{2C_f} \quad (28, 29, 30, 31, 32)$$

通常 γ は微小である。 γ を微小パラメータとして特異摂動法を用いて解くと次のような解が得られる。

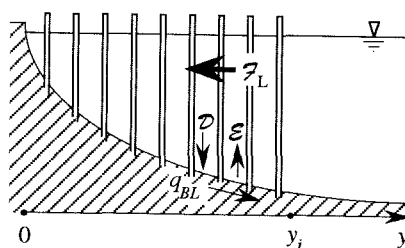


図-1 側岸部に水制を有する平衡河道の概念図

$$\int_{s_j}^s \left[\frac{2\Phi}{M} \left(s^{-2} - \frac{2}{M} s^{-3} + \frac{2}{M^2} s^{-4} \right) e^{Ms} - \frac{2}{5} \left(\frac{K}{M} + 1 \right) s - \frac{K}{M^2} - \frac{4K}{3M^3} s^{-1} + \frac{2}{3} \Lambda s^{-4} \right]^{-1/2} ds = r - r_j \quad (33)$$

$$\int_0^s \left[\frac{2\Psi}{M} (1+\chi)^2 \left(s^{-2} - \frac{2}{M} s^{-3} + \frac{2}{M^2} s^{-4} \right) e^{Ms} - \frac{2}{5} \left(\frac{K}{M} + 1 \right) s - \frac{K}{M^2} - \frac{4K}{3M^3} s^{-1} + \frac{2}{3} (1+\chi)^2 \Omega s^{-4} \right]^{-1/2} ds = r \quad (34)$$

$$\text{ここで} \quad \Phi = \left[1 + \frac{K}{M} \left(1 + \frac{2}{M} + \frac{2}{M^2} \right) \right] e^{-M}, \quad \Lambda = \frac{3}{5} - \frac{3}{M} + \frac{6}{M^2} - \frac{6}{M^3} + K \left(\frac{3}{5M} - \frac{3}{2M^2} + \frac{2}{M^3} - \frac{12}{M^6} \right) \quad (35, 36)$$

$$\Psi = \Phi - \frac{K}{M(1+\chi)^2} \left(s_j^2 + \frac{2}{M} s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{-Ms_j}, \quad \Omega = -\frac{6\Psi}{M^3}, \quad r = \frac{\eta}{\gamma^{1/2}} \quad (37, 38, 39)$$

また水流域と非水流域の接続点では掃流砂量及び浮遊砂フラックスが連続でなければならない。そのとき

$$\begin{aligned} \frac{3\Phi}{M} \left(s_j^2 - \frac{2}{M} s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms_j} - \frac{3}{5} \left(\frac{K}{M} + 1 \right) s_j^5 - \frac{3K}{2M^2} s_j^4 - \frac{2K}{M^3} s_j^3 + \Lambda = \frac{3\Psi}{(1+\chi)^2 M} \left(s_j^2 - \frac{2}{M} s_j + \frac{2}{M^2} \right) e^{Ms_j} \\ - \frac{3}{5(1+\chi)^4} \left(\frac{K}{M} + 1 \right) s_j^5 - \frac{3K}{2(1+\chi)^4 M^2} s_j^4 - \frac{2K}{(1+\chi)^4 M^3} s_j^3 + \frac{\Omega}{(1+\chi)^2} \end{aligned} \quad (40)$$

の関係が得られる。

4. 結果と考察

式(19), (20), (28), (29)より M 及び K は R_f , R_c 及び S を用いて次のように表すことができる。

$$M = 12.8 R_f R_c^{-1/2} S^{-1/2}, \quad K = 1.53 \times 10^5 R_f R_c^{-2} S^{-1} \quad (41, 42)$$

ここで R_c は D_c / D_s である。 S , R_f , s_j , χ の値を与えると、式(40)-(42)より R_c の値を得ることができる。ここで s_j は接続点の無次元水深であり、水制の設置位置、流量等によって自動的に決まる値である。しかし、これら全てを考慮して s_j を決定するのはかなり面倒であることからここでは与えられる値と考える。

図-2に $S = 0.001$, $R_f = 0.43$ ($D_s = 0.2 \text{ mm}$) のとき、 s_j と χ によって D_c / D_{co} がどのように変化するかを3次元的に示した。ここで D_{co} は水制が存在しないときの中央水深である。 $s_j = 1$ 近くで D_c / D_{co} は1より小さくなるものの、適当な s_j の値をとれば、実際の水制がとりうる $\chi = 10$ から100程度の値で1.2から1.3近くまで大きくなることがわかる。本解析では諸々の条件を勘案して実際に s_j の値を決定することは行っていないため実際的水深を特定することはできないが、少なくとも水制によって中央水深は20%から30%近くまで深くなり得ることがわかる。

図-3は図-2における $\chi = 1, 10, 100$ の断面である。

$\chi = 10$, $s_j = 0.5, 0.78, 0.95$ のときの横断面形状を図-4に示した。図では $r - r_j < 0$ の領域が水流域に相当している。平衡状態では水流域はほぼ完全に砂で埋まってしまふことがわかる。

5. 結論

- 1) 河床勾配が1/1000のとき水制設置によって平衡状態における中央水深は20%前後大きくなり得る。
- 2) 平衡状態においては水流域は砂で埋まってしまふ。

参考文献

- 1) Parker, G., Journal of Fluid Mechanics, Vol. 89, Part 1, pp. 109-125, 1978. 2) 泉・池田：土木学会論文集, No. 429, pp. 57-66, 1991. 3) 泉・池田：土木学会論文集, No. 411, pp. 151-160, 1989.

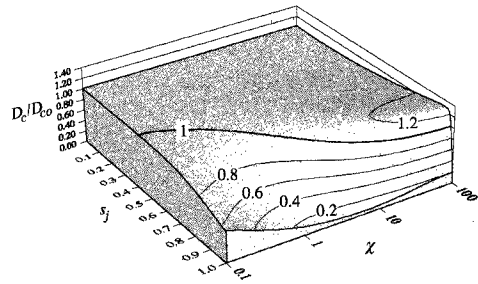


図-2 s_j と χ による D_c / D_{co} の変化

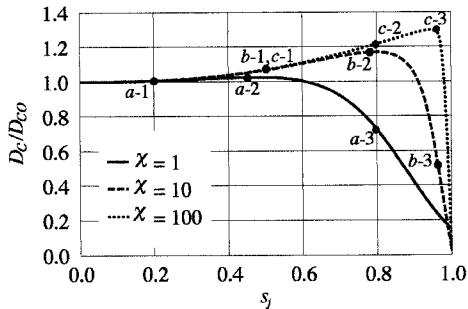


図-3 s_j による D_c / D_{co} の変化； $\chi = 1, 10, 100$

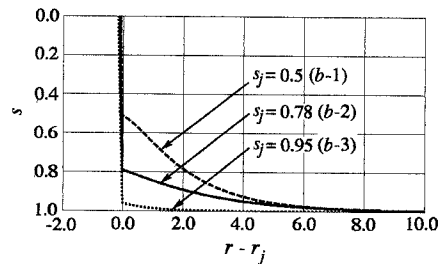


図-4 水制設置後の平衡横断面形状