

II-289

固定床上における流砂機構に関する研究(3)

日本建設コンサルタント(株) 正会員 ○吉栖 雅人
立命館大学理工学部 正会員 江頭 進治
立命館大学大学院 学生員 伊藤 隆郭

1. はしがき 養浜や貯水池堆砂対策あるいは濁水軽減対策に関連して、人工水路による土砂輸送問題の解明は重要である。ここでは固定床上における砂の移動形態を領域区分し、各移動形態における流速分布、流砂量式、ならびに流速分布式に含まれている粘性底層厚について検討する。

2. 基礎方程式 流れの場を2次元等流とし、これを図-1のように模式化して1流体モデルを適用する。このとき応力の表現に江頭ら¹⁾のものを適用すると、運動量保存則は次式で与えられる。

$$\int_z^{h_s} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_s}^{h_t} \rho g \sin \theta dz = \left\{ \int_z^{h_s} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz - p_d(z) \right\} \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad (1)$$

ここに、 h_t ：固定床から水面までの高さ、 h_s ：砂の全層厚、 σ ：砂礫の密度、 ρ ：水の密度、 c ：掃流砂層での砂礫の体積濃度、 g ：重力加速度、 θ ： x 軸と水平のなす角、 ϕ_s ：砂の内部摩擦角である。 τ_f に江頭・芦田らの式¹⁾、 τ_g, p_d に宮本の式¹⁾を適用する。これらの応力は次のようである。

$$\tau_f = k_f \rho (1-c)^{5/3} / c^{2/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad \tau_g = k_g \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad p_d = k_g \sigma e^2 c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2 \quad (2)$$

ここに d は粒径、 e は粒子の反発係数、 k_f, k_g は実験定数である。

3. 砂の移動形態およびその領域区分図 砂と固定床の摩擦角を ϕ_{sb} ($< \phi_s$) とする。 ϕ_s, ϕ_{sb} の2つの摩擦角の違いにより、固定床上において降伏応力 τ_y は不連続になる。これらをそれぞれ

$\tau_{y0}(\phi_s)$ (図中白丸)、 $\tau_{y0}(\phi_{sb})$ (図中黒丸) のように表し、

$z=0$ における外力を τ_0 とする。 $z=0$ で $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ のとき、 $z=h_p$ より上層においては砂層内部に流動応力が存在するため shear flow が形成される。一方、 $0 < z < h_p$ においては内部に流動応力が存在しないが、 $z=0$ において $\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb})$ に相当する流動応力が生じるため plug flow が形成される。更に、

$\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$ の時、滑面上の shear flow が形成され、

$\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s)$ の時、通常の移動床の状態となる。

式(1)において $z=h_p$ とし、 $\tau_f(h_p)=0$ 、 $\tau_g(h_p)=0$ 、 $p_d(h_p)=0$ に h_s/h_t に

注意すれば plug 層厚は次式で与えられる。

$$h_p/h_t = (c\alpha h_s/h_t - \tan \theta) / (c\alpha - \tan \theta) \quad (3)$$

また、plug flow の形成領域は次の条件で与えられる。

$$\frac{\tan \theta}{c\alpha} < \frac{h_s}{h_t} < \frac{c\alpha + (c_* - c)\beta - \tan \theta}{c\beta(c_*\alpha - \tan \theta)} \tan \theta \quad (4)$$

また、plug flow の形成領域は次の条件で与えられる。

$$\frac{\tan \theta}{c\alpha} < \frac{c_* (\sigma/\rho - 1)}{c_* (\sigma/\rho - 1) + 1} \tan \phi_{sb} \quad (5)$$

ここに、 $\alpha = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)$ 、 $\beta = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_{sb} - \tan \theta)$ で

ある。ここで、式(4)の上限値は下層が動かなくなる限界の層厚を

意味し、式(4)の下限値は砂層全体が shear flow となるとき最大の層厚を意味する。また式(5)の不等号を等

号にしたものは粒子が自由表面まで分散して流れるときの勾配である。図-2は固定床上における砂の移動

形態の領域区分図と実験データを比較したものである。流量、勾配一定のもとで砂の層厚が増加する向きに

現象をみると、滑面上の shear flow (領域A) → partial plug flow (領域B) → 移動床流れ (領域C) の順で流れ

の形態が遷移することがわかる。

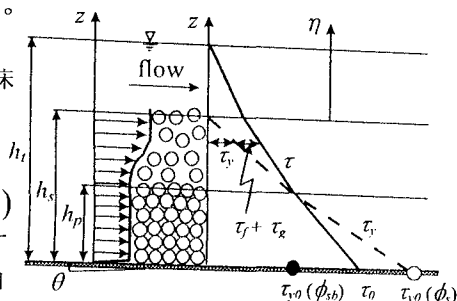


図-1 流れの模式図

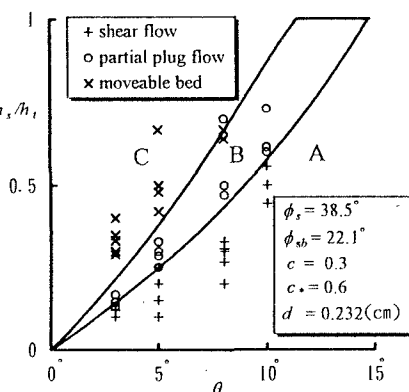


図-2 砂の移動形態の領域区分図

4. 流速分布および流砂量 partial plug flow（領域B）の $h_p < z < h_s$ における流速分布は、 $z = h_p$ で $u = u_p$, $\partial u / \partial z = 0$ の条件のもとで、式(2)を用いて式(1)を積分すると、次式で与えられる。

$$\frac{u}{\sqrt{gh_t}} = \frac{2}{3} \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^{1/2} \left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{z}{h_t} \right) \right\}^{3/2} + \frac{u_p}{\sqrt{gh_t}} \quad (6)$$

ここに、 $A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s$, $f_f = k_f(1-c)^{5/3} / c^{2/3}$
 $f_g = k_g(\sigma/\rho)(1-e^2)c^{1/3}$, $f_d = k_d(\sigma/\rho)e^2c^{1/3}$, $A_2 = (1-h_s/h_t)(h_t/d)^2 \sin \theta$
 $A_3 = [(\sigma/\rho-1)c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho-1)c+1\} \tan \theta] \cos \theta (h_t/d)^2$, u_p は plug 層の流速である。路床のごく近傍においては砂層の滑動に伴い粘性底層が形成される。 $u_* \delta_s / \nu = \delta_s^*$ (δ_s は粘性底層厚、 ν は水の動粘性係数、 $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{*0}(\phi_{sb})) / \rho}$)、更に、 $\nu du/dz = u_*^2$ とすれば u_p は次のように得られる。

$$u_p / U_* = \delta_s B^{1/2} \quad (7) \quad \text{ここに、} U_*^2 = gh_t \sin \theta$$

$$B = (1 - \tan \phi_{sb} / \tan \theta) \left\{ (\sigma/\rho-1) \left\{ (c_* - c) h_p / h_t + c h_s / h_t \right\} + 1 \right\}$$

領域Aの流れは、式(1)に式(2)を用いて積分し、 $z = \delta_s$ で $u = u_a$ として得られ、滑り速度 u_a は式(10)において $h_p = 0$ として得られる。また、領域Cの流速分布は式(6)において $u_p = 0$ として得られる。図-3は各領域における流速分布と実験データの比較である。図-4は δ_s^* に関する実験データである。これによれば、 δ_s^* の上限値はほぼ 11.6 程度の値をとり、これは粘性底層厚が壁面乱流においてみられるものとほぼ同様の原理で定まっていることを示唆している。

単位幅流砂量は、 h_p , u , u_p についてそれぞれ式(3), (6)および(7)を適用すれば次のように得られる。

$$\Phi = 4/15 T_1 \tau_*^{5/2} + T_2 \tau_*^2 \quad (8)$$

$$\text{ここに、} \Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho-1)gd^3}, \tau_* = h_t \sin \theta / \{(\sigma/\rho-1)d\}$$

$$T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(c\alpha - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho-1}{\cos \theta} \right)^2 \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right)^{5/2}$$

$$T_2 = B \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho-1)^{3/2}}{\sin \theta} \left\{ c_* - c \frac{c_* \alpha - \tan \theta}{c\alpha - \tan \theta} \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right) \right\}$$

図-5は領域AおよびBにおける Φ と h_s/h_t の関係を示したものであり、同時に領域Bで Φ が極値を持つ条件を破線で示した。 ϕ_s と ϕ_{sb} の差が小さくなるにつれ輸送能力は減少する。また、式(5)の不等号を等号にした時に得られる ϕ_{sb} を式(8)に適用した時、式(8)の極値は最大輸送能力に相当する。図-6は式(8)と実験データの比較である。固定床上における土砂輸送量はある範囲を持つものとして与えられる。上限値は、式(8)の極値に対応する h_s/h_t を式(8)に代入することによって得られ、下限値は領域BとCの境界における h_s/h_t を式(8)に代入することによって得られる。

5. 結論 無次元粘性底層厚について実験的に検討した結果、その上限値は 11.6 程度になることが分かった。式(5)の不等号を等号にした時に得られる ϕ_{sb} を式(8)に適用した時、式(8)の極値が最大輸送能力に相当する。

参考文献 1) 江頭・吉栖・伊藤：水工学論文集 第40巻、pp. 971-976, 1996

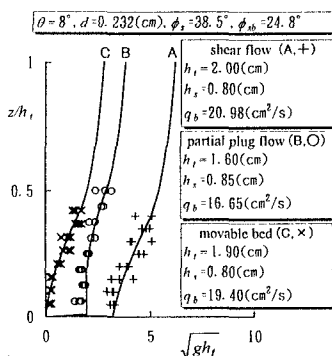


図-3 各移動形態における流速分布

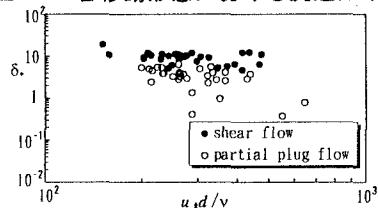


図-4 無次元粘性底層厚

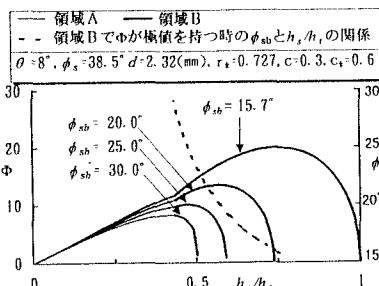


図-5 無次元流砂量の極大値

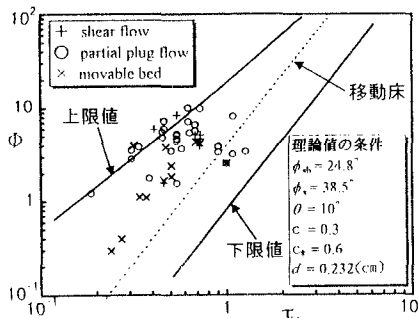


図-6 固定床上における土砂輸送能