

II-277

異なる粒径・露出比の球の離脱限界と適用

武蔵工業大学 正員 王 方一

1. まえがき

水路底の球列から任意径の球が単独に種々の比率で露出している場合の離脱限界式を一様径、3球上の異径1球および混合径の場合に適用し、計算結果と実験結果と在来の計算式とを比較する。

2. 計算式

下流側の2底球（直径 d_b ）と接触し、任意の露出比 $\eta_i = S_{ei}/d_i$ （Ref.1, Fig.1）の1球（ d_i ）の離脱限界式は粒径比 $r_D = d_i/d_b = 1$ の場合（Ref.2）と同じ記号（添字 i を追加）を用い、釣合式

$$F_{Dmaxi} \cdot e_{1Ai} + F_{Lmaxi} \cdot e_{2Ai} + W_{xi} \cdot e_{1i} + W_{zi} \cdot e_{2i} = 0 \quad \cdots (a)$$

より $\tau_{c\delta fi} = (\mu_i \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) / \{ (3/4)(u_{o1i}/u_{*ci})^2 \cdot C_{D1i} \cdot (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot G_{Ai}'(1 + n_{D1i} \cdot C_{vD1i}) \} \cdots (b)$ を得る。

ここに $C_{D1i} = F_{D1i} / \{ (1/2) \cdot \rho u_{o1i}^2 (\pi/4) \cdot d_i^2 \}$, $u_{o1i}/u_{*ci} = 8.5 + 5.75 \log(Z_{1i}/d_b)$, $Z_{1i} = a \cdot d_b + 0.5 d_i$, $G_{Ai}' = k_{Di} \cdot k_{Di}' + \mu_{Ai} \cdot k_{Li} \cdot k_{Li}'$, $k_{Di} = F_{Di}/F_{D1i}$, $k_{Li} = F_{Li}/F_{D1i}$, $k_{Di}' = (1 + n_{Di} \cdot C_{vDi}) / (1 + n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$, $k_{Li}' = (1 + n_{Li} \cdot C_{vLi}) / (1 + n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$, $C_{vDi} = \sigma_{Di}/F_{Di}$, $C_{vLi} = \sigma_{Li}/F_{Li}$, $\mu_{Ai} = \tan \phi_{Ai} = e_{2Ai}/e_{1Ai}$, $e_{2Ai} = e_{2i} + \delta_{Li}$, $e_{1Ai} = e_{1i} + \delta_{Di}$, $\mu_i = \tan \phi_i = e_{2i}/e_{1i}$, $\tau_{c\delta fi} = u_{*ci}^2 / g \cdot s' \cdot d_i$, $u_{*ci}^2 = g \cdot h_{ci} \cdot \sin \alpha$, $h_{ci} = h_{oi} + a \cdot d_b$, $s' = (s-1)$, $s = \rho_s/\rho$, r_D , μ_i , η_i および ϕ_i の間には $\phi_i = 90 - \beta_i$, $\sin \beta_i = (2\eta_i \cdot r_D + 1 - r_D) / (r_D^2 + 2r_D)^{1/2}$, $\eta_i = S_{ei}/d_i = \{(r_D^2 + 2r_D)^{1/2} \cdot \sin \beta_i + r_D - 1\} / 2r_D$ などの関係が成り立つ。

3. 計算式の変形

作用線の球心からのずれ（添字 δ ）、流れの変動（添字 f ）を無視すれば

$\tau_{c\delta fi} = (\mu_i \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) / \{ (3/4) \cdot (u_{o1i}/u_{*ci})^2 \cdot C_{D1i} \cdot G_i \} \cdots (c)$, ここに $G_i = k_{Di} + \mu_i \cdot k_{Li}$ を得る。従つて式(b)は $\tau_{c\delta fi} = \tau_{c\delta fi} / K_{\delta fi} \cdots (b-2)$ にも書ける。ここに $K_{\delta fi} = (e_{1Ai}/e_{1i}) \cdot (G_{Ai}'/G_i) \cdot (1 + n_{D1i} \cdot C_{vD1i})$ 。

以上の諸表示を $r_D = 1$, $d_i = d_b = d$ とし、添字を省略すれば（Ref.2）の諸式と一致する。

4. 計算に用いる諸係数

 4.1 $\eta_i > 0$ の場合

$k_{Di} = a_{Di} \cdot \eta_i + b_{Di} \cdots (1)$, $b_{Di} = -0.14r_D + 0.21$, $a_{Di} = 1 - b_{Di}$ ($0 < \eta \leq 1.0$) $\cdots (1-a)$;
 $k_{Li} = a_{Li} \cdot \eta_i + b_{Li} \cdots (2)$, $b_{Li} = -0.1\eta_i + 0.20$, $a_{Li} = (0.3 - b_{Li}) / 0.8$ ($0 < \eta_i \leq 0.8$) $\cdots (2-a)$,
 $b_{Li} = 1.9$, $a_{Li} = -2$ ($0.8 < \eta \leq 1.0$) $\cdots (2-b)$; $C_{D1i} = 0.7k_H \cdots (3)$, $k_H = 1 - 0.74\eta_i \cdots (3-a)$.
 $r_D = 1$ の場合、（Ref.2）に示した $e_{1A}/e_1 = 0.933\eta^{-0.44}$ ($0 < \eta \leq 0.4$) = $1.14\eta^{-0.224}$ ($0.4 < \eta \leq 1.0$) $\cdots (4)$;
 $\mu_A/\mu = 1.03\eta^{0.44}$ ($0 < \eta \leq 0.2$) = $0.91\eta^{0.36}$ ($0.2 < \eta \leq 0.8$) = $68.14\eta^{19.70}$ ($0.8 < \eta \leq 0.866$) $\cdots (5)$;
 $C_{vD} = -0.2\eta + 0.4$ ($0 \leq \eta \leq 1.0$) $\cdots (6)$; $C_{vL} = 0.4$ ($0 \leq \eta \leq 1.0$) $\cdots (7)$; $n_D = n_L = 3 \cdots (8)$ などを用いて算出した $K_{\delta fi}$ 値は3区間で $K_{\delta fi} = a\eta + b$ の形で近似できる。 $r_D \neq 1$ の場合も同じ a と b が使えたと仮定すると
 $K_{\delta fi} = 2.11\eta_i + 2.22$ ($0 < \eta \leq 0.2$) = $-0.93\eta_i + 2.83$ ($0.2 < \eta \leq 0.8$) = $-6.33\eta_i + 7.15$ ($0.8 < \eta \leq 1.0$) $\cdots (9)$
 となる。平均として $K_{\delta fi} \doteq 2.4$ ($0 < \eta_i \leq 1.0$) $\cdots (9')$ としても実用上十分である。本文では(9')を用いる。 $a = 0.3$ 。

 4.2 $\eta_i \leq 0$ の場合

$k_{Di} = 1 / \{ 1 + m_{Di} \cdot \exp(-m_{Di}' \cdot \eta_i) \}$, $m_{Di} = (1/b_{Di} - 1)$, $m_{Di}' = 3r_D \cdots (10)$;
 $k_{Li} = 1 / \{ 1 + m_{Li} \cdot \exp(-m_{Li}' \cdot \eta_i) \}$, $m_{Li} = (1/b_{Li} - 1)$, $m_{Li}' = 3r_D \cdots (11)$;
 $K_{\delta fi} = 1 + (K_{\delta fi0} - 1) / \exp(-m_{\delta fi}' \cdot \eta_i)$, $m_{\delta fi}' = 3r_D \cdots (12)$ 。ここに $K_{\delta fi0}$ は $\eta_i = 0$ のときの $K_{\delta fi}$ を表し、本文では $K_{\delta fi0} = 2.4$ を用いる。 $C_{D1i} = 0.7k_H \cdots (3)$, $k_H = 1.0 \cdots (3-b)$.
 次に $\eta_i \leq \eta_{*i} = (1/2)(1 - r_D^{-1}) \cdots (13)$ になれば μ_i, μ_{Ai} は ∞ となり、式(b)は分子を1で、分母の G_{Ai}' を $k_L \cdot k_{Li}'$ で、また式(c)は分子を1で、分母の G_i を k_{Li} でおきかえればよい。

5. 計算結果の比較

5.1 一様径の場合

Ref.4の実験値は平均として $\tau_{*c} = 10^x \cdots (14)$, $x = -1.717\eta - 0.886$ ($-0.3 \leq \eta \leq 0$) $\cdots (14-a)$; Ref.3,4,5の実験値は $x = -1.291\eta - 0.886$ ($0 < \eta \leq 0.816$) $\cdots (14-b)$ で表せる (Fig.1の実線)。 $r_D = 1$, $k_H = 1.0$ として式 (b-2) による計算値はFig.1に破線で示す。また $k_H = 1 - 0.74\eta$ による値は点線で示す。 $\eta > 0$ で後者の k_H による値は実線とほぼ一致する。式 (3-a) の k_H は水深の減少に伴う C_{D1} の変化の補正係数と考えられる。 $\eta > 0.816$ の点線は式 (14-b) との連続を考えて $x = -10.571\eta - 6.686$ ($0.816 < \eta \leq 0.866$) $\cdots (14-c)$ で近似できる。

5.2 千鳥型配列の3底球上に載せた異径単一球 (Ref.1, Fig.2)

$\mu_i = \mu_{3i} = 1 / (3r_D^2 + 6r_D - 1)^{1/2}$, $\mu_i = \mu_{3i} = \{(1/\sqrt{3} \cdot \mu_{3i}) + r_D - 1\} / 2r_D$ を用い、式 (b-2) による計算値 ($\eta_i \leq 0$ で $k_H = 1.0$, $\eta_i > 0$ で $k_H = 1 - 0.74\eta_i$) と Ref.1 のFig.3の実験点 ($\triangle$ 印) との差異は僅少である (ここではFig.は省略)。

5.3 混合径の場合

計算には遮へい係数 K_s を考慮した $\tau_{*ci} = \tau_{*coi} / K_{\delta fi} \cdot K_s \cdots (15)$, $K_s = 1 - 0.6\eta_i$ ($0 < \eta_i$) $\cdots (15-a)$, $K_s = 1.0$ ($\eta_i \leq 0$) $\cdots (15-b)$ を用いる。隣接粒子との関係が明らかでないのでここでは $\phi_i = a' r_D^{b'}$ $\cdots (16)$ の a' , b' による数値実験を試みた。 $a' = 67'$, $b' = -0.10$ ($r_D \leq 1$), $b' = -0.35$ ($r_D > 1$) による計算結果は Fig.2 に破線で示し、 $r_D = 1$ で $\tau_{*ci} = 0.06$ となる。また Egiazaroff の式 $\tau_{*ci} = 0.10 / [\log_{10} 19 r_D]^2 \cdots (17)$ による値は実線で示す。 $0.15 \leq r_D \leq 20$ で両者はかなり近い。 b' を式 (16) と同じく、 $a' = 59'$, $a' = 52'$ で計算すれば、 $r_D = 1$ で τ_{*ci} はそれぞれ0.05と0.045となり、式 (17) の分母の19を26と31でおきかえた式とやはり $0.15 \leq r_D \leq 20$ で近い結果を得る (Fig.は省略)。

6. むすび 諸係数の改善、隣接粒子の径の分布の研究などが期待される。

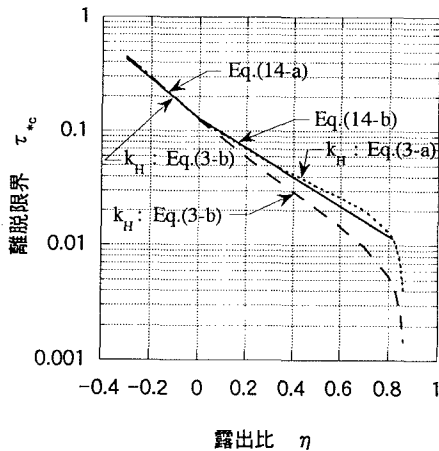


Fig.1 露出比と離脱限界（一様粒径）

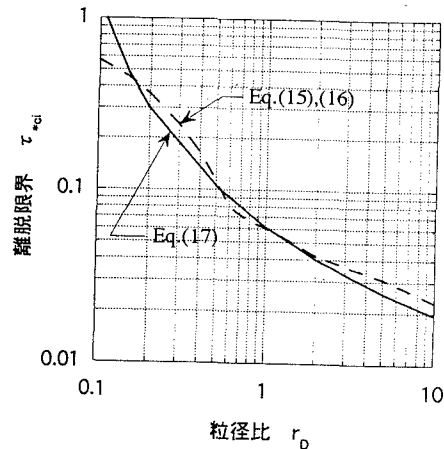


Fig.2 球径比と離脱限界（混合粒径）

参考文献 (1) 王：土木学会第50回年次講演集 2-A, II-201, 402-403, 1995-9. (2) 王：Proc. of 6th Int. Sym. on River Sedimentation, 1995-11, New Delhi, 659-669. (3) 長村・清水：武蔵工業大学卒業研究 1974-3. (4) Fenton et. al : Proc. Roy. Soc. of London, A, Vol. 352, 1977, 523-537. (5) Chin et. al : Jonr. of Water way $\cdots$, ASCE, 1993, Vol. 119, No.3, 231-242.