

II-209

LRR型応力モデルに基づく水表面近傍の乱流構造解析

九州大・総理工

学生員○中平伸治

正会員

杉原裕司

正会員 松永信博

1. はじめに

水表面近傍における乱流解析の精度向上は、気体交換過程の予測手法の確立において重要な課題である。本研究では、既存のLaunder-Reece-Rodiのレイノルズ応力方程式モデル（LRRモデル）¹⁾でどの程度水表面近傍の乱流構造を解析できるのかについて検討したので報告する。本解析では、乱れの拡散と散逸がバランスした単純乱流である振動格子乱流場を対象とした。

2. LRRモデルによる理論解析

振動格子乱流は近似的に平均流がなく、乱れは水平面内において一様で鉛直方向にのみ変化する。ただし、この乱れ場は水表面の影響がない場合（以下基本場）においてもある程度の非等方性を持っている。そこで本解析では、基本場のLRRモデルの解析解を通じて非等方性度の実験値をモデル定数に反映させて、水表面の影響がある場合の解析を行うことにした。

(1) 基本場におけるLRRモデルの解析解

上述の振動格子乱流場の特性に基づいてLRRモデル方程式を単純化すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} \left(w^2 \frac{dk}{dz} + w^2 \frac{dw^2}{dz} \right) \right\} - \varepsilon &= 0 \\ C_s \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} 3w^2 \frac{dw^2}{dz} \right\} - C_{\phi 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(w^2 - \frac{2}{3} k \right) - \frac{2}{3} \varepsilon &= 0 \quad (1) \\ C_\varepsilon \frac{d}{dz} \left\{ \frac{k}{\varepsilon} w^2 \frac{d\varepsilon}{dz} \right\} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} &= 0 \end{aligned}$$

ここで、 k は乱れエネルギー、 ε はエネルギー散逸率、 w は鉛直方向流速の乱れ強度、 z は格子振動中心から鉛直上向きに取られた座標である。また C_s 、 $C_{\phi 1}$ 、 C_ε および $C_{\varepsilon 2}$ はモデル定数である。振動格子乱流を $z=0$ において k_0 、 ε_0 の乱れが定常的に生成され、無限遠方で0に減衰するような場であると仮定する。また $z=0$ における w^2 は rk_0 で与えられるものとする。ただし r は定数である。以上より境界条件は次のように与えられる。

$$k = k_0, w^2 = rk_0, \varepsilon = \varepsilon_0 \quad \text{at } z = 0 \quad (2)$$

$$k \rightarrow 0, w^2 \rightarrow 0, \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{as } z \rightarrow \infty$$

境界値 k_0 、 ε_0 を用いて式(1)、(2)を規格化すると、次式の無次元化された方程式系と境界条件が得られる。ここで、 $\wedge$ は無次元量を示す。

$$\begin{aligned} C_s \frac{d}{d\wedge z} \left\{ \frac{\wedge k}{\wedge \varepsilon} \left(\wedge w^2 \frac{d\wedge k}{d\wedge z} + \wedge w^2 \frac{d\wedge w^2}{d\wedge z} \right) \right\} - \wedge \varepsilon &= 0 \\ C_s \frac{d}{d\wedge z} \left\{ \frac{\wedge k}{\wedge \varepsilon} 3\wedge w^2 \frac{d\wedge w^2}{d\wedge z} \right\} - C_{\phi 1} \frac{\wedge \varepsilon}{\wedge k} \left(\wedge w^2 - \frac{2}{3} \wedge k \right) - \frac{2}{3} \wedge \varepsilon &= 0 \quad (3) \\ C_\varepsilon \frac{d}{d\wedge z} \left\{ \frac{\wedge k}{\wedge \varepsilon} \wedge w^2 \frac{d\wedge \varepsilon}{d\wedge z} \right\} - C_{\varepsilon 2} \frac{\wedge \varepsilon^2}{\wedge k} &= 0 \end{aligned}$$

$$\wedge k = 1, \wedge w^2 = r, \wedge \varepsilon = 1 \quad \text{at } \wedge z = 0$$

$$\wedge k \rightarrow 0, \wedge w^2 \rightarrow 0, \wedge \varepsilon \rightarrow 0 \quad \text{as } \wedge z \rightarrow \infty \quad (4)$$

式(3)の非線形方程式系を式(4)の条件のもとで解くと以下の解析解が得られる。

$$\begin{aligned} \wedge k &= \left(\frac{\wedge z}{\wedge z_L} + 1 \right)^{-\frac{2}{\gamma}}, \quad \wedge \varepsilon = \left(\frac{\wedge z}{\wedge z_L} + 1 \right)^{-\frac{(3+\gamma)}{\gamma}}, \\ \wedge w^2 &= r \left(\frac{\wedge z}{\wedge z_L} + 1 \right)^{-\frac{2}{\gamma}} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\wedge z_L$ 、 γ は以下のように定義されている。

$$\wedge z_L = \frac{C_s \xi_0 r}{\gamma}, \quad \gamma = -\frac{7}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{6 C_s C_{\varepsilon 2} (1+r)}{C_\varepsilon}},$$

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{6(1+r)}{C_s r}} \quad (6)$$

ただし、式(5)の解析解の成立条件として、モデル定数 $C_{\phi 1}$ と r の間には以下のような関係がある。

$$C_{\phi 1} = \frac{7r-2}{(1+r)(3r-2)} \quad (7)$$

式(7)より、モデル定数 $C_{\phi 1}$ は、乱れの非等方性から決定されるパラメータであることがわかる。乱流計測から $\gamma=0.4$ 、 $\wedge z_L=1.82$ の値を取ることがわかっている²⁾。また、振動格子乱流の時間減衰実験から、 $C_{\varepsilon 2}=1.90$ の妥当性が検証されている³⁾。従って、 r を実験値の w^2/k から求めることによって全てのモデル定数値を推定することが可能である。

図-1にLDV測定データから算定された r の空間分布を示す。これより r は格子振動条件に依らず空間的にほぼ一定で、約0.8程度の値をとることがわかる。水表面が存在する場合の解析では、 $r=0.8$ から得られる値を中心にモデル定数値を系統的に変化させて、モデル定数の解への依存性を調べた。解析に用いたモデル定数値を表-1に示す。

(2) 水表面が存在する場合のLRRモデルの数値解析

水表面が存在する場合の有限領域の解析解を得ることは困難なので、数値的に解を求めることとした。基礎方程式は式(3)である。

水表面がある場合の境界条件は現段階では明らかにされていないので、便宜的に次式を用いた。

$$\wedge k = 1, \wedge w^2 = r, \wedge \varepsilon = 1 \quad \text{at } \wedge z = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d\wedge k}{d\wedge z} = 0, \wedge w^2 = 0, \frac{d\wedge \varepsilon}{d\wedge z} = 0 \quad \text{at } \wedge z = \wedge z_s$$

ここで、 $\wedge z_s$ は無次元水表面高さである。式(8)の妥当性については今後の検討課題である。

表 - 1 モデル定数値

	r	Cs	$C\phi 1$	$C\epsilon$	$C\epsilon 2$	$\widehat{z}_S$
RUN1	0.70	7.42×10^{-2}	17.06	9.61×10^{-2}	1.90	2.50
RUN2	0.80	6.13×10^{-2}	5.00	8.41×10^{-2}	1.90	2.50
RUN3	1.00	4.42×10^{-2}	2.50	6.74×10^{-2}	1.90	2.50
RUN4	0.80	6.13×10^{-2}	5.00	8.41×10^{-2}	1.90	2.00
RUN5	0.80	6.13×10^{-2}	5.00	8.41×10^{-2}	1.90	3.00

3. 解析結果および考察

図 - 2 に水平、鉛直流速の乱れ強度の数値解 $\widehat{u}$ 、 $\widehat{w}$ の水表面近傍における挙動を示す。 $\widehat{z}^* = \widehat{z}_S - \widehat{z}$ で定義された水表面からの無次元距離である。 $\widehat{u}_\infty$ ($= 0.1 \widehat{z}$) は多くの研究者によって提案された経験式⁴⁾ から計算された水平方向の積分長さスケールである。添字 ∞ は基本場における乱流特性量の解析解であることを意味する。この図より水表面近傍では、 $\widehat{u}$ は水表面が存在しない場合に比べて増加し、 $\widehat{w}$ は急激に減衰することがわかる。また、水表面の影響を受ける領域（Surface-Influenced Layer；以下 SIL）は積分長さスケールの1.5～2倍程度の範囲に限られていることがわかる。解析は3種類の $\widehat{z}_S$ に対して行われているが、 $\widehat{z}_S$ の変化に関わらずこの様に規格化された数値解は普遍的な挙動を示す。

図 - 3 は r を変化させた場合の $\widehat{u}$ と $\widehat{w}$ の挙動を示す。 $r = 0.7$ のケースにおいては、 $\widehat{u}$ 、 $\widehat{w}$ ともに水表面近傍まで減衰傾向を示している。また、 r が増加するに従って、水表面の影響が拡大してくることがわかる。このことはSILの厚さが基本場の非等方性度に強く依存していることを示唆している。

図 - 4 (a)、(b) は、それぞれ $\widehat{u}$ 、 $\widehat{w}$ の水表面近傍の挙動に関して $r = 0.8$ の数値解と小松他⁵⁾、朝位他⁶⁾、Chu & Jirka⁷⁾ の実験値を比較したものである。数値解と実験値の乱れの挙動およびSILの厚さは良く一致している。また実験値においても、このように規格化された乱れの挙動は $\widehat{z}_S$ に依らず普遍的に表せることがわかる。これらの一致は、LRRモデルが水表面近傍の乱流解析に有効であることを示唆している。

参考文献

- [1] Launder et al., *J. Fluid Mech.*, Vol.68, 1975.
- [2] 杉原他, 土木学会論文集, No.521 / II - 32, 1995.
- [3] 杉原他, 土木学会論文集, No.503 / II - 29, 1994.
- [4] E,X.& Hopfinger,E.J.,*J.Fluid Mech.*, Vol.166, 1986.
- [5] 小松他, 水工学論文集, 第39巻, 1995.
- [6] 朝位他, 土木学会年次講演会概要集, II - 1, 1995.
- [7] Chu & Jirka, *AIR-WATER MASS TRANSFER*, 1991.

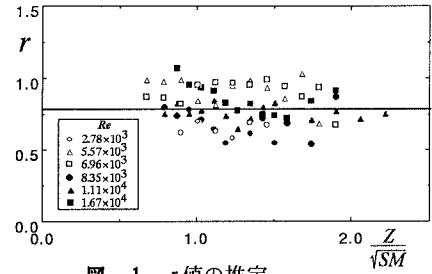
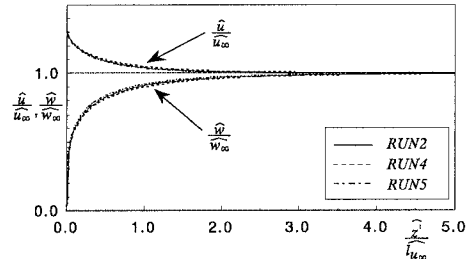
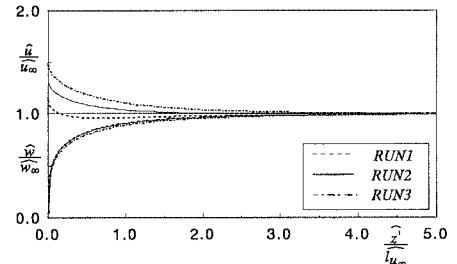
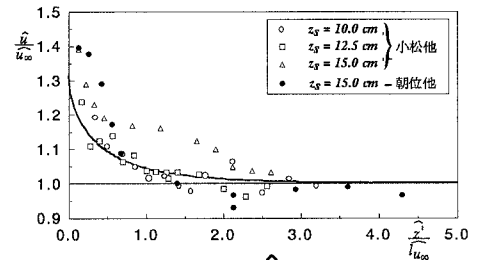
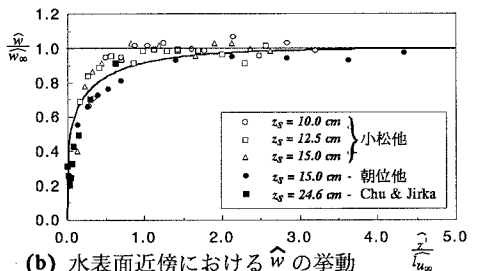

図 - 1 r 値の推定

図 - 2 水表面近傍における $\widehat{u}$ と $\widehat{w}$ の挙動

図 - 3 水表面近傍における $\widehat{u}$ と $\widehat{w}$ の r 依存性

(a) 水表面近傍における $\widehat{u}$ の挙動

(b) 水表面近傍における $\widehat{w}$ の挙動

図 - 4 数値解と実験データとの比較