

II-151 地下放水路の流れに及ぼす立坑内の水の運動の影響の検討

早稲田大学大学院 学生会員 谷沢 克矢 早稲田大学理工学部 正会員 鮎川 登
 電源開発(株) 正会員 栗崎 夏代子 (株) 荏原総合研究所 大淵 真志
 (株) フジタ 小里 好臣 (株) 荏原製作所 新井 和敏

1. はじめに

立坑内の水の運動を考慮する場合と無視する場合の地下放水路の管水路状態の流れの支配方程式に基づいて、地下放水路の管水路状態の流れに及ぼす立坑内の水の運動影響について検討した結果について述べる。

2. 地下放水路の管水路状態の流れの支配方程式

地下放水路は図1に示すように、立坑とトンネルとで構成される。地下放水路の流入条件と排水条件が与えられる場合に、各立坑の水位および各トンネル部の流量と圧力を求めるための方程式は次のようになる。

$$\text{立坑部の連続方程式} \quad A_{si} \frac{dH_i}{dt} = Q_{si} + Q_{i-1} - Q_i \cdots (1)$$

$$\text{トンネル部の流れの連続方程式} \quad \frac{\partial Q_i}{\partial x} = \frac{\partial(A_i v_i)}{\partial x} = 0 \cdots (2)$$

$$\text{運動方程式} \quad \frac{1}{g} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha_i v_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\rho g} + z_{ti} \right) + \frac{\partial h_{Li}}{\partial x} = 0 \cdots (3)$$

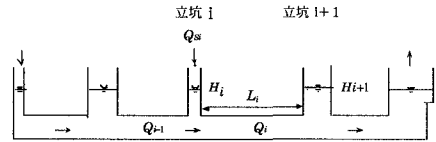


図1 地下放水路

ここで、 A_s と H は立坑の断面積と水位、 Q_s は立坑への流入流量、 Q 、 v 、 p はトンネル内の流量、流速、圧力、 z_t はトンネル断面の中心の高さ、 h_L はトンネル内の流れの損失水頭、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 α はエネルギー補正係数であり、添字 i は A_s 、 H 、 Q_s については i 番目の立坑における値を示し、 Q 、 v 、 p 、 z_t については i 番目のトンネルにおける値を示す。

式(2)の関係を考慮して、式(3)を x について0から L_i (L はトンネル部の長さ)まで積分すると、式(4)のようになる。ここで、 H_{oi}^* は、 i 番目のトンネル部の $x=0$ (トンネルに入る直前)における全水頭、 H_{Li}^* は i 番目トンネル部の $x=L_i$ (トンネルからでた直後)における全水頭である。

立坑内の流れの運動方程式を立坑部におけるトンネル断面の中心から立坑の水面まで積分して H_{oi}^* および H_{Li}^* を求め、式(4)に代入し、 $v_i = Q_i/A_i$ および $v_{si} = (Q_{si} + Q_{i-1} - Q_i)/A_{si}$ の関係をを用いると、立坑内の水の運動を考慮する場合のトンネル部の流れの運動方程式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{L_i^*}{g A_i} \frac{dQ_i}{dt} - \frac{h_i}{g A_{si}} \frac{dQ_{i-1}}{dt} - \frac{h_{i+1}}{g A_{si+1}} \frac{dQ_{i+1}}{dt} - \frac{h_i}{g A_{si}} \frac{dQ_{si}}{dt} + \frac{h_{i+1}}{g A_{si+1}} \frac{dQ_{si+1}}{dt} + H_{i+1} + \frac{a_{si+1}}{2g} \left(\frac{Q_{si+1} + Q_i - Q_{i+1}}{A_{si+1}} \right)^2 - H_i \\ & - \frac{a_{si}}{2g} \left(\frac{Q_{si} + Q_{i-1} - Q_i}{A_{si}} \right)^2 + h_{Li} + h_{Lsi+1} - h_{Lsi} = 0 \cdots (5) \end{aligned}$$

ここで、 $L_i^* = L_i \left(1 + \frac{A_i}{A_{si}} \frac{h_i}{L_i} + \frac{A_i}{A_{si+1}} \frac{h_{i+1}}{L_i} \right) \cdots (6)$ である。

立坑内の水の運動を無視する場合は、 $H_{oi}^* = H_i$ および $H_{Li}^* = H_{i+1}$ となるので式(4)は式(7)のようになる。

$$\frac{L_i}{g A_i} \frac{dQ_i}{dt} + H_{i+1} - H_i + h_{Li} = 0 \cdots (7)$$

3. 立坑内の水の運動が地下放水路の管水路状態の流れに及ぼす影響

トンネル部の流れの運動方程式は式(5)であるが、立坑内の水の運動を無視する場合には式(7)になり、非常に簡単になる。立坑内の水の運動を無視して、運動方程式として式(7)を用いて地下放水路の流れを計算する場合にどのような誤差が生ずるか検討する。そのために、式(5)を簡略化することを考える。

トンネル部の流量と立坑への流入流量は連続方程式で関係づけられているので、トンネル部の流量と立坑への流入量の時間変化率の大きさは同程度であると考えられる。また、通常は、 $A \approx A_s$ 、 $h \ll L$ であるので、式(5)の②～⑤項は①項に比し、無視できるものと考えられる。立坑 i と立坑 $i+1$ の水面の全水頭の差を水位差で近似すると(⑥+⑦) - (⑧+⑨) $\approx$ ⑥ - ⑧となる。 $h \ll L$ であるので、立坑の損失水頭⑪、⑫はトンネル部の損失水頭⑩に比し無視できるものと考えられる。以上によると式(5)は式(8)のように簡略化される。

なお、式(8)の L_i^* は式(6)で与えられるので、 $A \approx A_s$ 、 $h \ll L$ の場合には、 $L_i^* \approx L_i$ となるが、そうすると、式

(8) は式 (7) と同じになり、立坑内の水の運動を無視することになる。そこで、式 (6) の右辺の括弧内の第2項と第3項を残すことにより立坑内の水の運動の影響を考慮することにした。運動方程式として式 (5) を用いた場合と式 (8) を用いた場合の計算結果は殆ど変わらなかったで、立坑内の水の運動を考慮する場合のトンネル部の流れの運動方程式は式 (8) で近似されるものと考えられる。

以上の考察によると、立坑内の水の運動がトンネル部の流れの運動方程式に及ぼす影響は $(A/A_g)(h/L)$ のオーダーになることがわかる。通常は、立坑の断面積 A_g とトンネルの断面積 A の大きさは同程度であるので、立坑内の水の運動の影響は立坑の水深 h とトンネル部の長さ L の比のオーダーとなり、微小であり、その影響は二次的であると考えられる。しかし、立坑内の水の運動の影響が L_i^* で表示されるものとする、式 (6) により $L_i < L_i^*$ となるので、立坑内の水の運動を無視する場合の運動方程式 (7) と考慮する場合の運動方程式 (8) を比較すると、立坑内の水の運動を無視する場合は考慮する場合に比べて、トンネル部の流量の変動の周期の計算値が小さくなり、流量変動の計算波形は実際の波形とずれるものと考えられる。そのため、立坑内の水の運動を無視する場合には、立坑の水位変動およびトンネル部の圧力変動の計算波形も実際の波形とずれることが推定される。

図1に示すような地下放水路の模型を用いて、図2に示すような流入と排水の条件のもとで行われた実験における立坑3の水位の実験値と運動方程式として式 (7) および式 (8) を用いた場合の計算値を比較した結果を図3および図4に示す。

図3によると、立坑内の運動を無視する場合は、計算値と実験値は大局的にはほぼ一致するが、水位が振動するところでは波形がずれ、計算値と実験値は一致しないことがわかる。図4によると、立坑内の水の運動を考慮する場合には、水位が振動するところでも計算値は実験値とかなりよく一致することがわかる。

トンネル部の圧力について実験値と計算値を比較した場合も同様な結果になった。

4 まとめ

立坑内の水の運動がトンネル部の管水路状態の流れの運動方程式に及ぼす影響は $(A/A_g)(h/L)$ のオーダーで、二次的である。しかし、立坑内の水の運動は立坑の水位およびトンネル部の流量と圧力の変動の周期に影響を及ぼし、立坑内の水の運動を無視するとこれらの変動の周期が短く計算され、計算波形は実際の波形とずれることになる。

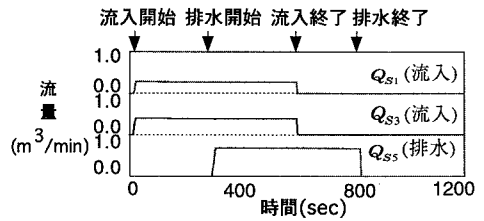


図2 実験条件

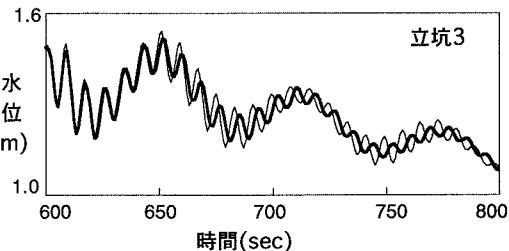
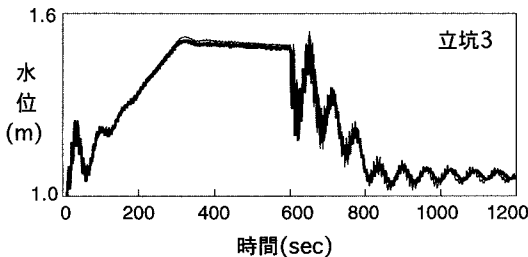


図3 立坑内の水の運動を無視する場合の立坑の水位の計算値(細線)と実験値(太線)の比較

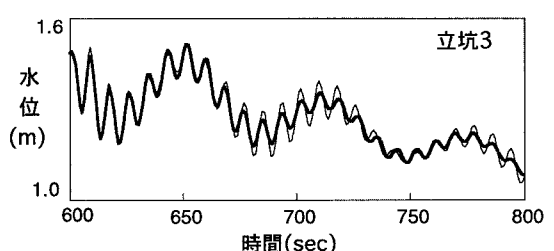
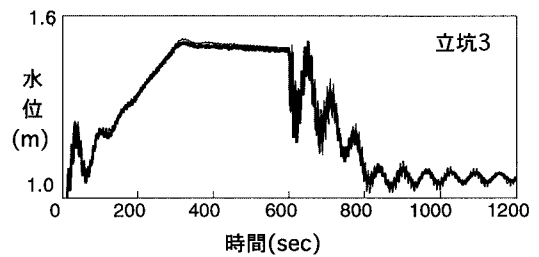


図4 立坑内の水の運動を考慮する場合の立坑内の水位の計算値(細線)と実験値(太線)の比較