

建設技術研究所 正会員 岩田 通明
 京都大学大学院 学生員 古八 健夫
 京都大学工学部 正会員 細田 尚
 京都大学工学部 正会員 村本 嘉雄

1. はじめに：本研究は、地下水路系で生じる急変非定常流に関する基本的な水理現象として円形断面水路における波状段波を取り上げ、まず鉛直加速度項を考慮した開水路流れの基礎式を導出した^[1]。さらに、導かれた基礎式を用いて波状段波の数値解析を行い、実験結果と比較することにより、数値解析モデルの適用性と限界を考察した。

2. 水理実験の概要：波状段波の実験は二種類行った。実験1は、図-1に示す水路を用いて行った。水路中央に仕切り板を設け、初期状態として仕切りの左側に h_l 、右側に h_r だけ湛水し、瞬間的に仕切り板を取り除いて波状段波を発生させた。実験2は図-2に示す水路を用いて行った。この実験では立坑2は閉め切っており用いていない。水路内に円管の半径と等しい3.5cmだけ湛水した後、立坑1より瞬間的に流量 Q を流入させ段波を発生させた。いずれの実験でも段波が下流端で反射する様子が確認された。図-1中に示す4点、図-2中に示す2点において、水位の時系列を計測した。

3. 数値解析法の概要：基礎式として、非圧縮性を仮定した開水路流れの一次元連続式及び運動方程式を用いる。

連続式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial uQ}{\partial x} + gA \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} = gA(\sin \theta - \frac{\tau_b}{\rho g R}) + \frac{\partial -u'^2 A}{\partial x} + (\text{鉛直加速度項}) \quad (2)$$

ここに、 t :時間、 x :空間座標、 A :断面積、 Q :流量、 h :水深、 R :径深、 u :断面平均流速、 u' :乱れ速度、 τ_b :壁面せん断応力、 θ :水路床勾配、 ρ :水の密度、 g :重力加速度。本研究では $\theta=0$ なので、以後 $\cos \theta=1$ 、 $\sin \theta=0$ とする。

導かれた(2)式中の鉛直加速度項を、図-3に示す座標系の下で、水深が管径の半分 $D/2$ より大きい場合と小さい場合に分けて示せば(3)式のようにになる^[1]。

$$\begin{aligned} (\text{鉛直加速度項}) &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{4} (2z_s^2 b - 2z_s f_{11}(\phi) + f_{12}(\phi)) \frac{\partial^2 z_s}{\partial^2} \right\} \quad (h \leq D/2 \text{ の場合}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{12} (8z_s^2 l + 2z_s^2 l - 4z_s z_{bl} l - 6z_s f_{21}(\phi) + 3f_{22}(\phi)) \frac{\partial^2 z_s}{\partial^2} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{1}{h_l^2} \frac{\partial z_b}{\partial y} \right|_{y=l} \left(-\frac{2}{3} g_{23}(\phi) - h_l g_{22}(\phi) - 2z_s z_{bl} g_{21}(\phi) \right) + 2g_{20}(\phi) \right] \frac{\partial^2 z_s}{\partial^2} l \quad (h \geq D/2 \text{ の場合}) \end{aligned} \quad (3)$$

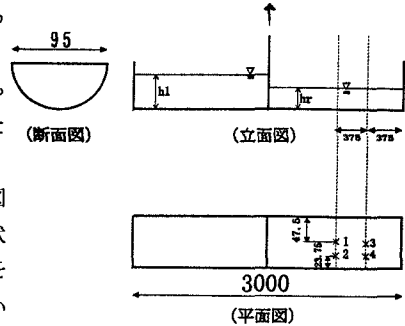


図-1 実験水路1 単位(mm)

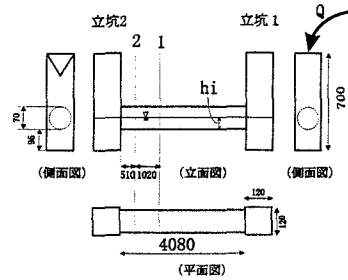


図-2 実験水路2 単位(mm)

ここに、 $f_{11} \sim g_{23}$ は図-3 に示した角度 Φ の関数である。

壁面せん断応力はマニング則を用いて評価する。数値解析法としては、有限体積法を用いた。段波などの不連続部分で数値振動を生じないために慣性項の離散化には、Harten^[2]の示す TVD 法を用いている。

4. 計算結果と実験結果の比較：図-4 に $h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=6.0\text{cm}$ の場合、図-5 に $h_l=6.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$ の場合の結果を示す。いずれも計算と実験はほぼ適合している。次に図-6 に $h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$ の場合の結果を示す。この場合、段波は砕波しており、計算結果は砕波した状態を再現していない。ただし、反射波については計算と実験はほぼ適合している。図-7 は、実験2の計算と実験の比較である。この場合、計算と実験はほぼ適合している。

5. モデルの改良：波状から砕波した状態への遷移を再現するために、次のような減衰関数を導入した。

$$f_{\text{damp}} = \exp \left[-\beta \left(\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right| - \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}} \right) \right] \quad \text{for} \quad \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right| \geq \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}}$$

$$= 1.0 \quad \text{for} \quad \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right| \leq \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}}$$

(4)

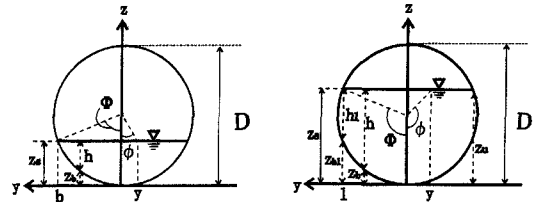


図-3 座標系の説明

流れの領域の最大水面勾配（波状段波は前面で生じると考えられる。）をパラメータとした減衰関数を全領域にわたる鉛直加速度項に乗ずることにより、砕波した状態を表すことを試みた。ただし、二つのパラメータ β と $\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}}$ の値は試行錯誤的に計算を行い、 $\beta=5.0$, $\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}}=0.150$ の場合を図-8、 $\beta=5.0$, $\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\text{cr}}=0.225$ の場合を図-9 に示す。図-8 を見ると、最初に到達する波の砕波した状態については再現できたが、反射波については逆に適合しなくなった。図-9 は図-6 と図-7 の中間の結果になっている。以上の結果から分かるように、現段階では最初に到達する波と反射波ともに適合させることは困難であり、この点は今後の課題である。

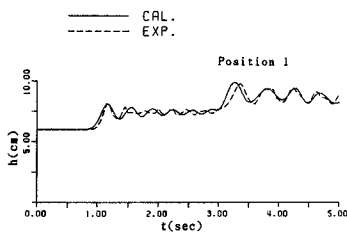


図-4 実験結果と計算結果の比較
($h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=6.0\text{cm}$)

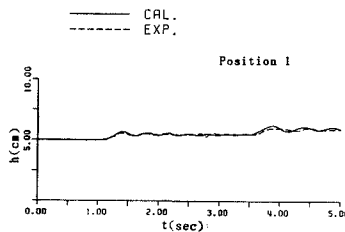


図-5 実験結果と計算結果の比較
($h_l=6.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$)

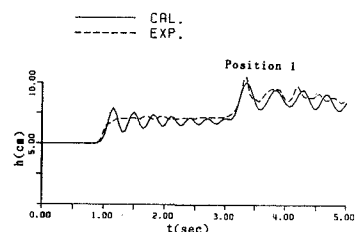


図-6 実験結果と計算結果の比較
($h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$)

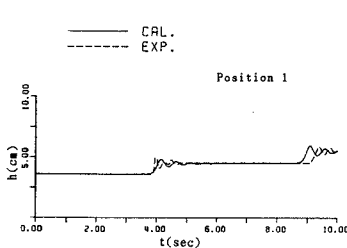


図-7 実験2の結果と計算結果の比較

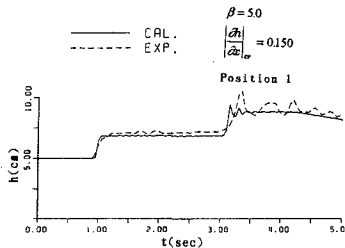


図-8 実験結果と計算結果の比較
(減衰関数を考慮, $h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$)

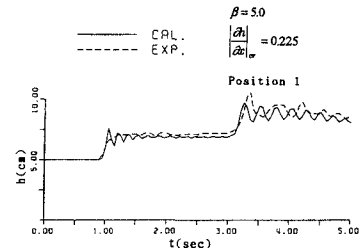


図-9 実験結果と計算結果の比較
(減衰関数を考慮, $h_l=9.0\text{cm}$, $h_r=5.0\text{cm}$)

参考文献[1]岩田通明：京都大学修士論文，1996，[2]Harten, A.: J. Comp. Phys., Vol149, pp. 375-393, 1983.