

日本工営 正会員 千田健一

1.はじめに 河村・中谷らは常・射流混在流れに対してTVD-MacCormac法を適用し、高い成果を上げつつある。筆者は前報¹⁾において同手法を1次元ダムブレーク問題に適用し、計算結果と解析解の比較を行った。その後、2次元計算を行ったので結果を報告する。

2.数値計算法

- ① 支配方程式 浅水理論に基づき、支配方程式をFig.1の(1)～(6)で与える。
- ② スキーム TVD-MacCormac法²⁾によるスキームはFig.1の(11)～(18)で与えられる。
- ③ 時間積分 時間方向の積分は2次の精度の時間分割法⁵⁾で行う。U^{*}を1ステップ後の水理量（水位、流速）とすると、U^{*}は次の式で与えられる。

$$U^* = Lx(0.5 \Delta t) Ly(0.5 \Delta t) \quad \text{ここに, } Lx, y \text{ は Fig.1 の (7) } \sim (8) \text{ に対応する演算子。}$$
- ④ 境界条件 壁面において流速とTVD粘性項を零としている。
- ⑤ 計算条件 上記の手法により2次元のダムブレークシミュレーションを行う。上流水位10m、下流水位5mの貯水池においてダムの一部が決壊すると仮定する(Fig.2)。計算条件をTable.1に示す。
- ⑥ 計算結果 ダムブレーク後0.5, 10秒後の水位の鳥瞰図をFig.3に示す。またダムブレーク5秒後における水位、流速の分布をFig.4, 5に示す。TVD方式の採用により水位、流速の急変点がスムーズに計算されている。
- ⑦ おわりに TVD-MacCormac法を2次元ダムブレーク問題に適用したところ、計算結果は良好であった。今後はボアなどの計算に取り組む予定である。

Shallow water equations for 2-D flow	TVD - MacCormac scheme
$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S$	<i>predictor step;</i>
(1)	$\bar{U}_i^k = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta d} (F_i^k - F_{i-1}^k) + \Delta t D_i^k$ (11)
$U = (h, uh, vh)$	<i>corrector step;</i>
(2)	$\bar{F}_i = F(\bar{U}_i), \bar{D}_i = D(\bar{U}_i)$ (13)
$E = (uh, u^2 h + \frac{gh^2}{2}, -\varepsilon \frac{\partial hu}{\partial x} + ghz, uvh, -\varepsilon \frac{\partial hv}{\partial x})^T$	$U_i^{k+1} = \frac{1}{2} (U_i^k + \bar{U}_i^k) - \frac{\Delta t}{2\Delta d} (\bar{F}_{i+1} - \bar{F}_i) + \frac{\Delta t}{2} \bar{D}_i + TVD_i$ (12)
(3)	$TV\bar{D}_i = \left[G^+ [r_i^+] + G^- [r_{i-1}^-] \right] \Delta U_{i+1/2}^k - \left[G^+ [r_{i-1}^+] + G^- [r_i^-] \right] \Delta U_{i-1/2}^k$ (14)
$G = (vh, uvh - \varepsilon \frac{\partial hu}{\partial y}, v^2 h + \frac{gh^2}{2} - \varepsilon \frac{\partial hv}{\partial y} + ghz)^T$	$\Delta U_{i+1/2}^k = U_{i+1}^k - U_i^k, r_i^+ = 1/r_i, r_{i-1}^- = 1/r_{i-1}$ (15)
(4)	$G^+ [r_i^+] = \frac{ v }{2} (1 - v) [1 - \phi(r_i^+)]$ (16)
$S = (0, S_x, S_y)$	$r = \max \left\{ U_i + \sqrt{gh_i}, \frac{\Delta t}{\Delta d} \right\}$ (17)
(5)	$\phi(r_i^+) = \begin{cases} \min(2r_i, 1), & r_i > 0 \\ 0, & r_i \leq 0 \end{cases}$ (18)
$S_x = -g \frac{un^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}, S_y = -g \frac{vn^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}$	
(6)	
<i>Time - split scheme</i>	
$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial x} = D^x$	
(7)	
$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = D^y$	
(8)	
$D^x = (0, -g \frac{un^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}}, 0)$	
(9)	
$D^y = (0, 0, -g \frac{vn^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}})$	
(10)	
<i>where</i>	
h : water depth	z ; elevation of the bottom
u, v : depth - averaged velocity components along the x , and y directions respectively	n ; Manning's roughness coefficient
g ; acceleration of the gravity	L_x, L_y ; operators in x - and y -directions of TVD - MacCormac scheme respectively
ε ; eddy viscosity	F_i ; E_i , and G_i for L_x, L_y , operators respectively
	ϕ ; flux limiter

Fig.1 Equations

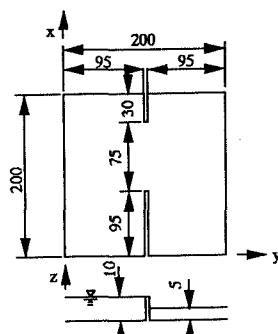


Fig.2. Definition scheme

Table 1. Condition

grid sizes	$\Delta x = \Delta y = 5\text{m}$
computational time step	$\Delta t = 0.1\text{sec}$
eddy viscosity	$\varepsilon = 0.0$
Manning's roughness coefficient	$n = 0.0$
upstream depth	$h_0 = 10\text{m}$
downstream depth	$h_1 = 5\text{m}$

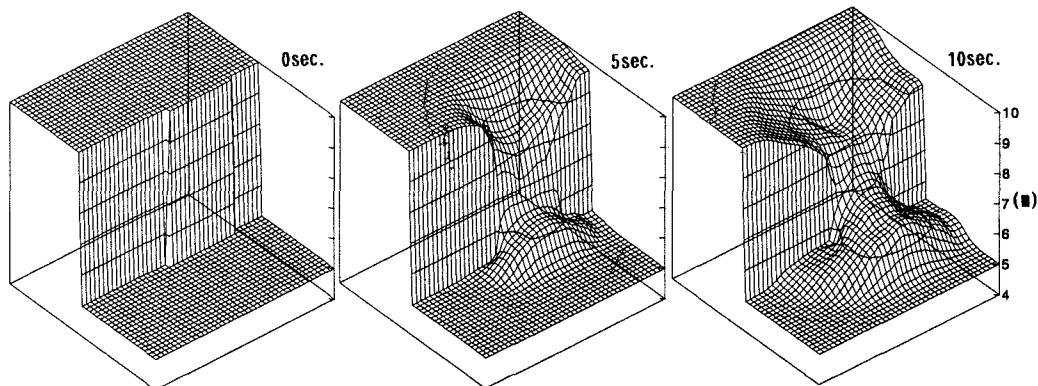


Fig.3 Water surface profiles after partial breaking of dam

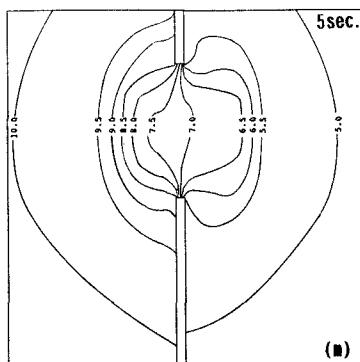


Fig.4 Contour plot showing depth distribution

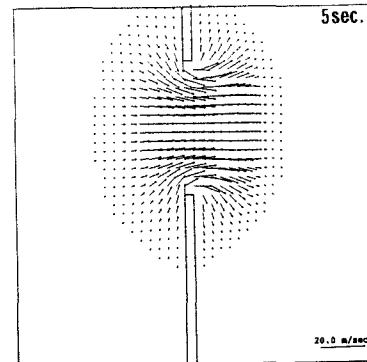


Fig.5 Velocity field

参考文献

- 1) 千田健一: TVD-MacCormack法による1次元ダムブレークシミュレーション、土木学会東北支部技術研究発表会、1994、pp98-99
- 2) 河村三郎、中谷剛ら: 常流・射流の混在する流れの数値計算法に関する研究、土木学会第47回学術講演会、1992,pp626-627
- 3) ROBELT J. FENNEMA, M.NANIF CHAUDHRY : Simulation of one-dimensional dam-break flow ; JHR,vol.25,1987,No.1, pp41-51.
- 4) P.GARACIA-NAVARRO,F.ALCORUDO : A TVD SCHEME IN FINITE VOLUMES FOR THE SIMULATION OF 2-D DISCONTINUOUS FLOWS PROCEEDINGS OF XXV IAHR CONGRESS VOL.1 1993 ,PP1-8.
- 5) 日本機械学会編: 流れの数値シミュレーション、pp117-118、コロナ社、1988。