

II-126

逆圧力勾配を有する開水路流の主流速分布とせん断応力分布

九州工業大学大学院 学生員 ○鬼東幸樹 岡本智和
九州工業大学工学部 正 員 浦 勝 秋山壽一郎
(株)建設技術研究所 正 員 松岡定和

1. はじめに

本研究では、主流速分布が流下方向に相似な2次元開水路流について、運動方程式を近似的に解き主流速分布およびせん断応力分布の予測値を求め、実測値と比較検討し、予測値の妥当性を検証した。

2. 理論的考察

2次元開水路流において、流下方向に x 軸、 x 軸と垂直上向きに y 軸をとり、 x 、 y 軸方向の時間平均流速をそれぞれ u 、 v としたとき、連続の式および運動方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1) \quad : \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2) \quad : \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} g \cos \theta \quad (3)$$

ここに、 ρ は密度、 g は重力加速度、 $\sin \theta$ は水路床勾配、 p は圧力、 τ はせん断応力、 h は水深である。速度欠損 f は、摩擦速度を u_* 、最大主流速を U とすると、 $f = (U - u)/u_*$ で与えられる。 $\gamma = u_*/U$ 、 $\eta = y/h$ として u を x 、 y でそれぞれ微分すると、 $\partial u/\partial x$ 、 $\partial u/\partial y$ が求められ、式(1)を y で積分すると v が求められる¹⁾。ここで、 $\partial \gamma/\partial x = 0$ と仮定し、 u 、 $\partial u/\partial x$ 、 v 、 $\partial u/\partial y$ を式(2)に代入すると次式が得られる。

$$\frac{h}{\gamma^2 U} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{h}{\gamma U} \frac{\partial U}{\partial x} (2f - \gamma f^2) + \left(\frac{1}{\gamma} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{h}{\gamma U} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \left(\eta - \gamma \int_0^\eta f d\eta_1 \right) \frac{df}{d\eta} = -\frac{h}{\rho u_*^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\tau}{\rho u_*^2} \right) \quad (4)$$

次に、せん断応力分布を求めるために、式(4)を η で積分すると次式が得られる。

$$\frac{\tau}{\rho u_*^2} = 1 + \frac{h}{\rho u_*^2} \frac{\partial p}{\partial x} \eta - \frac{h}{\gamma U} \frac{\partial U}{\partial x} \left(-\frac{1}{\gamma} \eta + 3 \int_0^\eta f d\eta_1 \right) \left(-2\gamma \int_0^\eta f^2 d\eta_1 - \eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta_1 \right) + \frac{\gamma U^2}{h} \frac{\partial h}{\partial x} \left(\int_0^\eta f d\eta_1 - \gamma \int_0^\eta f^2 d\eta_1 \right) \left(-\eta f + \gamma f \int_0^\eta f d\eta_1 \right) \quad (5)$$

3. 実験装置および実験条件

実験に用いた水路は長さ2050cm、水路幅60cmの可変勾配水路である²⁾。この水路の上端より1200cmの区間について、図-1に示すような高さ3.0cmの底上げをし、さらに、それに続く長さ ℓ の漸変部を作成した。

実験条件を表-1に示す。ここに、 $\sin \theta'$ は漸変部より上・下流側の水路床勾配、 $\sin \theta$ は漸変部の水路床勾配、 Fr はFroude数、 Re はReynolds数である。

流速測定としてはX型 Hot-film 流速計を用いて、水路中央線上の時間平均流速 u 、 v および Reynolds 応力 $-u'v'$ の y 方向分布を流下方向に12~18断面について行った。

4. 実験結果および考察

図-2に γ の流下方向変化を示す。ただし、それぞれの縦軸を 2×10^{-2} づつずらして表示している。すべてのケースについて、 $70 \leq x \leq \ell$ (cm)の領域（以下、平衡領域と呼ぶ）では、 $\partial \gamma/\partial x = 0$ であることが分かる。

圧力勾配を有する開水路流の主流速分布は式(6)の log-

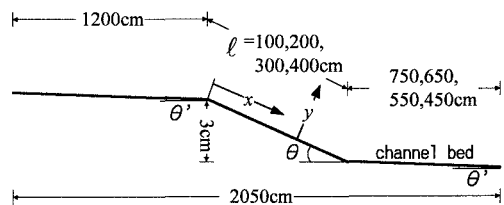
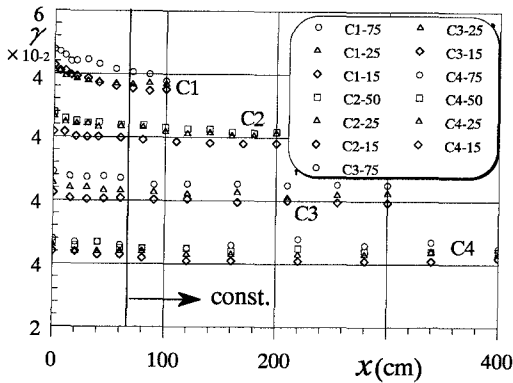


図-1 実験水路の側面図

表-1 水理諸量

Exp. No.	ℓ (cm)	$\sin \theta'$	$\sin \theta$	$x = 0$ (cm)			$x = \ell$ (cm)		
				h_0 (cm)	Fr_0	Re_0 $\times 10^4$	h_1 (cm)	Fr_1	Re_1 $\times 10^4$
C1-75	100	1/7500	1/33	6.51	0.227	1.20	9.64	0.140	1.33
C1-25	100	1/2500	1/33	6.21	0.396	1.92	9.46	0.210	1.92
C1-15	100	1/1500	1/33	5.82	0.561	2.44	9.37	0.293	2.60
C2-50	200	1/5000	1/66	6.71	0.253	1.45	9.77	0.153	1.53
C2-25	200	1/2500	1/65	6.53	0.368	2.00	9.75	0.202	2.01
C2-15	200	1/1500	1/64	6.17	0.629	3.12	9.62	0.305	2.94
C3-75	300	1/7500	1/99	6.72	0.197	1.10	9.80	0.109	1.08
C3-25	300	1/2500	1/96	6.49	0.385	2.08	9.76	0.215	2.15
C3-15	300	1/1500	1/94	6.01	0.597	2.89	9.66	0.304	2.99
C4-75	400	1/7500	1/131	6.35	0.217	1.06	9.70	0.116	1.07
C4-50	400	1/5000	1/130	6.21	0.276	1.35	9.85	0.140	1.34
C4-25	400	1/2500	1/127	6.04	0.442	2.05	9.63	0.224	2.10
C4-15	400	1/1500	1/122	5.72	0.628	2.63	9.66	0.288	2.65


 図-2 γ の流下方向変化

wake 則によって表現でき、 Π は圧力勾配 β と一義的な関係があることが指摘されている³⁾。

$$f = \frac{U-u}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h} + \frac{2\Pi}{\kappa} \cos^2\left(\frac{\pi y}{2h}\right) \quad (6) \quad : \quad \beta = \frac{h}{\rho u_*^2} \frac{dp}{dx} \quad (7)$$

ここに $\kappa=0.41$ は Karman 定数である。Song & Graf³⁾ は Π と β の関係に式(8)を、瀬津ら⁴⁾ は式(9)を提案した。

$$\Pi = 0.088\beta + 0.33 \quad (-4.5 \leq \beta \leq 0.4) \quad (8) \quad : \quad \Pi = 0.06\beta + 0.45 \quad (-21 \leq \beta \leq 28) \quad (9)$$

図-3に本研究、Song & Graf および瀬津らの Π と β の実験結果をプロットで示し、式(8)、(9)をそれぞれの成立範囲で実線で示している。本実験の Π と β の関係は両式から多少ずれているため、次式を提案した。

$$\Pi = 0.07\beta + 0.27 \quad (-2.7 \leq \beta \leq 16.4) \quad (10)$$

5. 流れ場の予測

式(3)における水面勾配は流速係数を φ 、流量を Q 、水路幅を B 、径深を R としたとき次式で与えられる。

$$\frac{dh}{dx} = \left\{ \sin\theta - \frac{(Q/Bh)^2}{\varphi^2 gR} \right\} / \left\{ \cos\theta - Q^2 / gB^2 h^3 \right\} \quad (11)$$

流れ場を予測するために、まず、 B 、 $\sin\theta$ 、 Q 、実験された φ および下流端水深を式(11)に与えて逐次計算することで、水面勾配 dh/dx および水深 h が求められる。次に、式(3)、(7)より得られる β を式(10)に代入して Π を求め、最大主流速 U および dU/dx が算出される。さらに、得られた諸量を式(5)に代入してせん断応力分布を予測することができる。

図-4に Π の実測値をプロットで、予測値を実線で示す。平衡領域では、ある程度良好な予測といえる。

図-5に平衡領域における Reynolds 応力の実測値をプロットで、予測値を曲線で示す。C4-75、C3-25、C2-15 はある程度良好な予測であるが、C1-15の予測値は実測値からかなりずれている。勾配が急になるほど、つまり、 β が大きくなるほど予測精度は低下する傾向がある。

参考文献

- 1) Mellor, G. L. and Gibson, D.M., *JFM*, Vol.24, pp.225-253, 1966. : 2) 鬼束ら, 水工学論文集, 第39巻, pp.391-396, 1995. : 3) Song, T. and Graf, W.H., *J. Hydrosci. and Hydr. Eng.*, Vol.12, No.1, pp.1-25, 1994. : 4) 瀬津ら, 土論, No.509/II-30, pp.89-87, 1995.

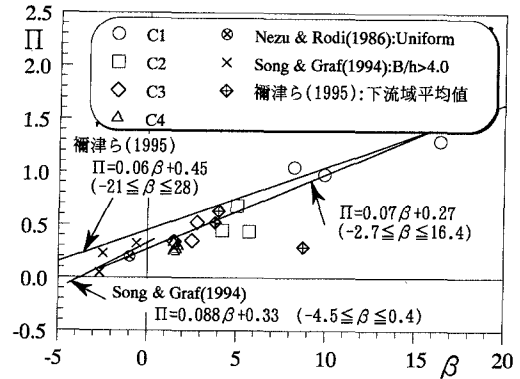
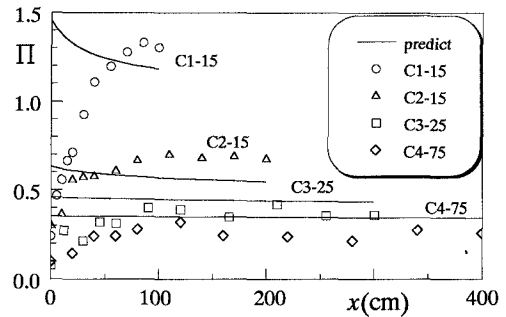
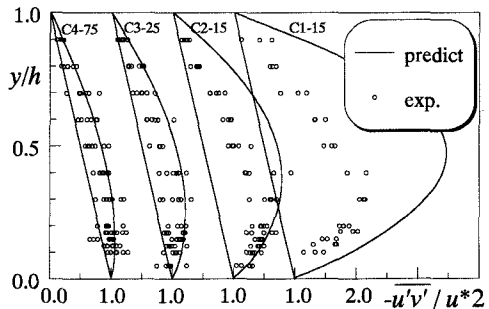

 図-3 Π と β の関係

 図-4 Π の実測値と予測値の比較


図-5 Reynolds 応力分布の実測値と予測値の比較